This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

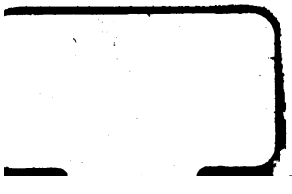
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06909824 6



Untersuchungen

über die

Expansivkraft der Dämpfe

nach

den bisherigen Beobachtungen

von

Ludwig Friedrich Kaemtz.

Halle,
bei Hemmerde und Schwetschke.
1826.

Vorrede.

Meteorologische Untersuchungen nöthigten mich, die Dampfmenge in der Atmosphäre schärfer zu bestimmen, als dieses in den meisten meteorologischen Tagebüchern zu geschehen pflegt. Ein Hygrometer nach der Construction von Daniell war das einzige Instrument, welches mir bei meinen Beobachtungen zu Gebote stand. Um aus den vermittelst dieses Apparates gefundenen Thermometerständen die Dampfmenge herzuleiten, war es nöthig, ein Gesetz für die Expansivkraft des Wasserdampfes aufzusuchen, welches besonders in niedern Temperaturen den Beobachtungen möglichst genau entspräche. Ich verglich zu dem Behufe alle mir bekannt gewordenen Versuche über diesen Gegenstand und suchte daraus eine allgemeine Formel herzuleiten. So entstand die erste Abhandlung über die Expansivkraft der Wasserdämpfe, von welcher der Anfang schon früher in Schweigger's Journal abgedruckt ist.

Einmal mit diesem Gegenstande beschäftigt, suchte ich allgemeine Formeln für die Elasticität der Dämpfe von andern Flüssigkeiten als Wasser zu entwickeln; bald sah ich ein, dafs die vorhandenen Versuche noch alle viel zu ungenau sind, um aus ihnen Gesetze herzuleiten, welche der Natur hinreichend entsprechen. Da es indessen gut ist zu zeigen, dafs Untersuchungen keinesweges abgeschlossen sind, sondern dafs wir noch grofse Lücken ausfüllen müssen, wenn wir den strengen Forderungen der Wissenschaft nur einigermafsen genügen wollen, so theile ich zugleich die Untersuchungen über die Expansivkraft der Dämpfe von Aether und Alkohol mit. Was die Folgerungen betrifft, welche ich daraus über das Gesetz Dalton's hergeleitet habe, so gebe ich diese durchaus nicht für entscheidend aus, da die Elemente, welche jenen Schlüssen zum Grunde liegen, nicht hinreichend scharf sind. Es bedarf zur Entscheidung dieses Punktes noch vieler möglichst genauer Versuche.

Schon seit langer Zeit war es meine Absicht, eigne Versuche über die Expansivkraft der Dämpfe anzustellen; Mangel an Apparaten und Hülfsmitteln zur Anfertigung derselben haben indessen diese Arbeit bis jetzt verhindert. Sollte ich einst in den Stand gesetzt werden, diesen Gegenstand

genauer zu erforschen, so werde ich die Versuche weiter ausdehnen, als dieses bisher geschehen ist. Aufser der Bestimmung der Expansivkräfte für die Dämpfe von chemisch reinen Flüssigkeiten sind, wie ich glaube, hauptsächlich genaue Werthe dieser Gröfse bei Mischungen und Mengungen mehrerer Fluida nöthig; es mufs nochmals untersucht werden, ob hier eben so als bei den trocknen Gasen der totale Druck gleich ist der Summe der partiellen Elasticitäten. Mehre Erscheinungen bewegen mich zu der Vermuthung, dafs dieses Gesetz nicht in der gröfsten Allgemeinheit wahr sey. Dafs hierbei die angewendeten Fluida in verschiedenen bestimmten Verhältnissen gemengt oder gemischt werden müssen, dafs ferner die Masse von jedem derselben stets so grofs seyn mufs, dafs sich noch neuer Dampf entwickeln kann, bedarf keines Beweises.

In der Folge werde ich Beiträge zur Theorie der Hygrometer von Saussure, de Luc und Lambert mittheilen. Von den drei genannten Gelehrten hat nur Horaz Benedict von Saussure, dessen blofser Name schon an eine Reihe der fruchtbarsten Entdeckungen in den Naturwissenschaften erinnert, ausführlicher die Theorie des Haarhygrometers entwickelt; er hat durch diese Untersuchungen unsere Kenntnifs der

Dämpfe um einen grofsen Schritt weiter gebracht. Wer indessen die Hygrometrie desselben genauer studirt, wer seine Versuche wiederholt und die Folgerungen aus denselben genauer erwägt, wird sich bald überzeugen, dafs in derselben viele Lücken zu ergänzen, manche Unrichtigkeiten zu verbessern sind. Ich will hier nur an die Tafel erinnern, welche er S. 213. der deutschen Uebersetzung giebt, um aus gegebenen Hygrometer- und Thermometerständen das Gewicht von einem Kubikfufse Wasserdampf herzuleiten; unter einer Temperatur von 10° R. sind diese Gröfsen offenbar alle viel zu grofs.

Gay-Lussac hat in der Folge diesem Mangel zum Theil abgeholfen, und seine Arbeit, von welcher ein Auszug in Biot's Traité de physique mitgetheilt ist, gehört zu den besten, welche wir über diesen Gegenstand haben; es ist nur zu bedauern, dafs die Untersuchungen dieses Gelehrten nur bei einer Temperatur von 10° C. angestellt worden sind.

Unsere Kenntnifs von diesem Theile der Physik wird der Natur schon bei weitem mehr entsprechen, wenn wir im Stande sind, Hygrometerangaben, welche bei einer gewissen Temperatur beobachtet sind, auf die bei einem andern Thermometerstande zu reduciren. Mehrere

Meteorologen haben dieses in ihren Tagebüchern gethan; die meisten haben ihre Beobachtungen mit dem Saussure'schen Hygrometer auf eine Temperatur von 0° R. reducirt. Ich bin überzeugt, dafs diese Temperatur schon sehr schlecht gewählt ist; derjenige, welcher Beobachtungen an verschiedenen Punkten der Erde mit einander vergleichen will, mufs die reducirten Beobachtungen nochmals reduciren. Eine Temperatur von 10° R. ist selbst in unsern Breiten viel zu niedrig, um sie für die Beobachtungen des ganzen Jahres als normale anzunehmen. Wie oft geschieht es nicht im Sommer, dafs bei einer Temperatur von 15° R., und noch mehr, die Luft fast mit Dämpfen gesättigt ist? Soll hier das Hygrometer auf 10° R. reducirt werden, so würden die Formeln, welche man bei dieser Correction angewendet hat, einen Stand von mehr als 100° angeben, was offenbar nicht möglich ist. Wollen wir endlich die Dampfmenge zwischen den Tropen näher bestimmen, so müssen wir eine Temperatur von wenigstens 20° R. wählen, und diese würde auch in unsern Breiten weit zweckmäfsiger seyn.

Alle bisherige Reductionen der Beobachtungen mit dem Haarhygrometer sind nach der von Saussure angegebenen Tafel vorgenommen. Ohne das Verdienst dieses Gelehrten herabsetzen

zu wollen, mufs ich gestehen, dafs dieser Theil seiner Untersuchungen über die Hygrometrie der schwächste und mangelhafteste zu seyn scheint. Bei einer Vergleichung der Tafel, welche er S. 108 mittheilt, mit den directen Beobachtungen vermittelst eines Daniell'schen Hygrometers fand ich Differenzen, welche gröfser waren, als dafs ich sie blofsen Beobachtungsfehlern zuschreiben konnte; ja Saussure erwähnt selbst, er habe bedeutende Unterschiede zwischen den Resultaten gefunden, welche er aus seinem Hygrometer herleitete, und denen, welche die Methode Roy's gab. Diese Differenzen werden desto gröfser, je trockner die Luft, je weiter sie also vom Zustande der Sättigung entfernt ist.

So viel mich meine bisherigen Untersuchungen gelehrt haben, so haben diese Unterschiede ihren Grund zum grofsen Theil darin, dafs Saussure, wie er selbst gesteht, nicht eine hinreichende Anzahl von Beobachtungen über diesen Gegenstand angestellt hat, und dafs vielleicht verschiedene Hygrometer in dieser Hinsicht einen etwas verschiedenen Gang haben. Aus Versuchen, welche ich mit einem trefflichen Saussure'schen Hygrometer angestellt habe, an welchem die verticalen Säulen, welche den getheilten Kreis mit dem Befestigungspunkte des Haares verbinden,

aus Glas bestehen, geht hervor, dafs diejenigen Gröfsen, um welche sich nach Saussure's Bestimmung das Hygrometer für einen Grad des Thermometers ändern soll, im Allgemeinen viel zu klein sind. Ich habe die Versuche sowohl in Gefäfsen, welche mit Luft angefüllt waren, als unter dem Recipienten der Luftpumpe angestellt; die Temperaturen, bei welchen ich jene Beobachtungen gemacht habe, liegen jedoch nur zwischen 10° und 20° R., so dafs ich noch nicht bestimmen kann, ob die Behauptung Saussure's wahr sey, dafs diese Gröfsen bei demselben Hygrometerstande gleich seyen, wie auch die Temperatur beschaffen seyn möge. Ich gebe hier einige dieser Aenderungen für einen Grad des Reaumür'schen Thermometers in Vergleich mit den von Saussure gefundenen Gröfsen; ich betrachte diese Zahlen jedoch nur als erste Bestimmungen, da wiederholte Versuche dieselben etwas schärfer geben werden.

26° :	0°,66	Saussure	0°,483
27 :	0, 70	- -	- 0, 517
28 :	0, 74	- -	- 0, 550
60 :	2, 40	- -	- 1, 616
65 :	2, 60	- -	- 1, 783
70 :	2, 83	- -	- 1, 950
75 :	3, 17	- -	- 2, 145
90 :	3, 10	- -	- 2, 899
95 :	3, 08	- -	- 3, 074

Man sieht aus dieser Tafel, dafs die von Saussure gefundenen Aenderungen alle viel kleiner sind als die, welche mir meine Versuche gegeben haben. Ob dieses bei allen Hygrometern der Fall ist, oder ob diese Abweichungen ihren Grund darin haben, dafs das Gestell von Saussure's Hygrometern aus Messing bestand, dessen pyrometrische Ausdehnung von der des Glases etwas verschieden ist, das werden mich fortgesetzte Untersuchungen lehren.

Ich schliefse mit dem Wunsche, dafs man diese Abhandlung nur als eine historische Zusammenstellung der bisherigen Untersuchungen betrachten möge.

Halle, am 14. Jul. 1826.

L. F. K.

Ueber

Ueber

die Expansivkraft der Wasserdämpfe.

Seit dem für die Physik im Allgemeinen und ganz besonders für die Maschinenlehre so wichtigen Momente, wo Watt die Dampfmaschinen vervollkommnete und gemeinnütziger machte, Black seine Theorie der latenten Wärme aufstellte und de Luc seine Ansichten über die Verdunstung des Wassers gab, war es den Physikern sehr darum zu thun, genaue Angaben für die den verschiedenen Temperaturen entsprechenden Expansivkräfte des Wasserdampfes zu erhalten, und aus diesen Beobachtungen das mathematische Gesetz für dieselben herzuleiten. Es stellten deshalb einige der besten Beobachter, namentlich Schmidt und Dalton, zu welchen sich in neuern Zeiten noch mehrere andere gesellten, Versuche über diesen Gegenstand an, aus welchen scharfsinnige Mathematiker dann Formeln herleiteten, um die-

se Expansivkräfte bei einer jeden Temperatur zu berechnen. Unter letztern zeichnen sich Soldner, Mayer, Prony und Biot aus, Männer welche allenthalben Licht verbreiteten, wohin sie ihre Schritte nur lenkten. Indessen waren die Versuche, welche jene Mathematiker ihren Untersuchungen zu Grunde legten, zum Theil nicht sehr genau (wie namentlich die Versuche Betancourt's, welche Prony benutzte), theils sind nach der Zeit, wo jene Männer diesen Gegenstand bearbeiteten, neue Versuche bekannt gemacht, welche in den frühern besonders Dalton'schen Versuchen die kleinen nicht zu vermeidenden Beobachtungsfehler aufheben, oder doch kleiner machen.

Ehe wir indessen zu der Entwickelung des Gesetzes selbst übergehen, wollen wir die Versuche der verschiedenen Experimentatoren näher betrachten. Der erste, welcher sich (so viel mir bekannt ist) mit diesem Gegenstande beschäftigte, war Heinrich Ziegler, welcher das von ihm gefundene Resultat in seinem Specimen physico-chemicum de Digestore Papini, ejus structura et usu, primitias experimentorum novorum circa fluidorum a calore rarefactionem et vaporum elasticitatem exhibens. Basileae 1769. 4. mittheilt. Er verwandelte den Papinschen Digestor in ein Amontonsches Thermometer und so konnte er die Kraft der Dünste durch die Höhe einer Quecksilbersäule bestimmen, welche nebst dem Druck der äufsern Luft der Kraft der Dünste das Gleichge-

wicht hielt. Zugleich aber brachte er auch ein Fahrenheitsches Quecksilberthermometer dabei an, um den Grad der Hitze bestimmen zu können. Doch zeigte das Thermometer nicht den Grad der Hitze in dem Digestor selbst an, weil es in einem mit Oel gefüllten Gefäfse stand, das zwar in den Papinschen Topf hinabging, oben aber offen war und deshalb mehr Zeit gebrauchte, die Temperatur zu erlangen, als die Luft und der Dampf in dem Digestor. Er prüfte nun zuerst die Expansivkraft der Luft allein; sodann prüfte er die Expansivkraft der mit Luft gemischten Wasserdämpfe und leitete alsdann die bloſse Expansivkraft der Wasserdämpfe daraus her. Ich theile hier einige seiner Beobachtungen aus Lambert's Pyrometrie §. 244. mit: (vergl. Langsdorf's Versuch einer neuen Theorie hydrodynamischer und pyrometrischer Grundlehren §. 319 u. folg.)

Fahrenheit	Luftthermometer	Quecksilbersäule	Kraft der Dünste und der Luft	Kraft der Dünste allein	Verhältniſs
50°	1037°	27″	1,000	1,000	1,00
141	1224	37	1,370	1,180	1,16
170	1283	47	1,741	1,238	1,41
193	1331	57	2,111	1,248	1,64
220	1386	77	2,852	1,337	2,06
254	1456	107	3,963	1,404	2,82
271	1491	137	5,074	1,438	3,53
259	1528	157	5,815	1,474	3,95

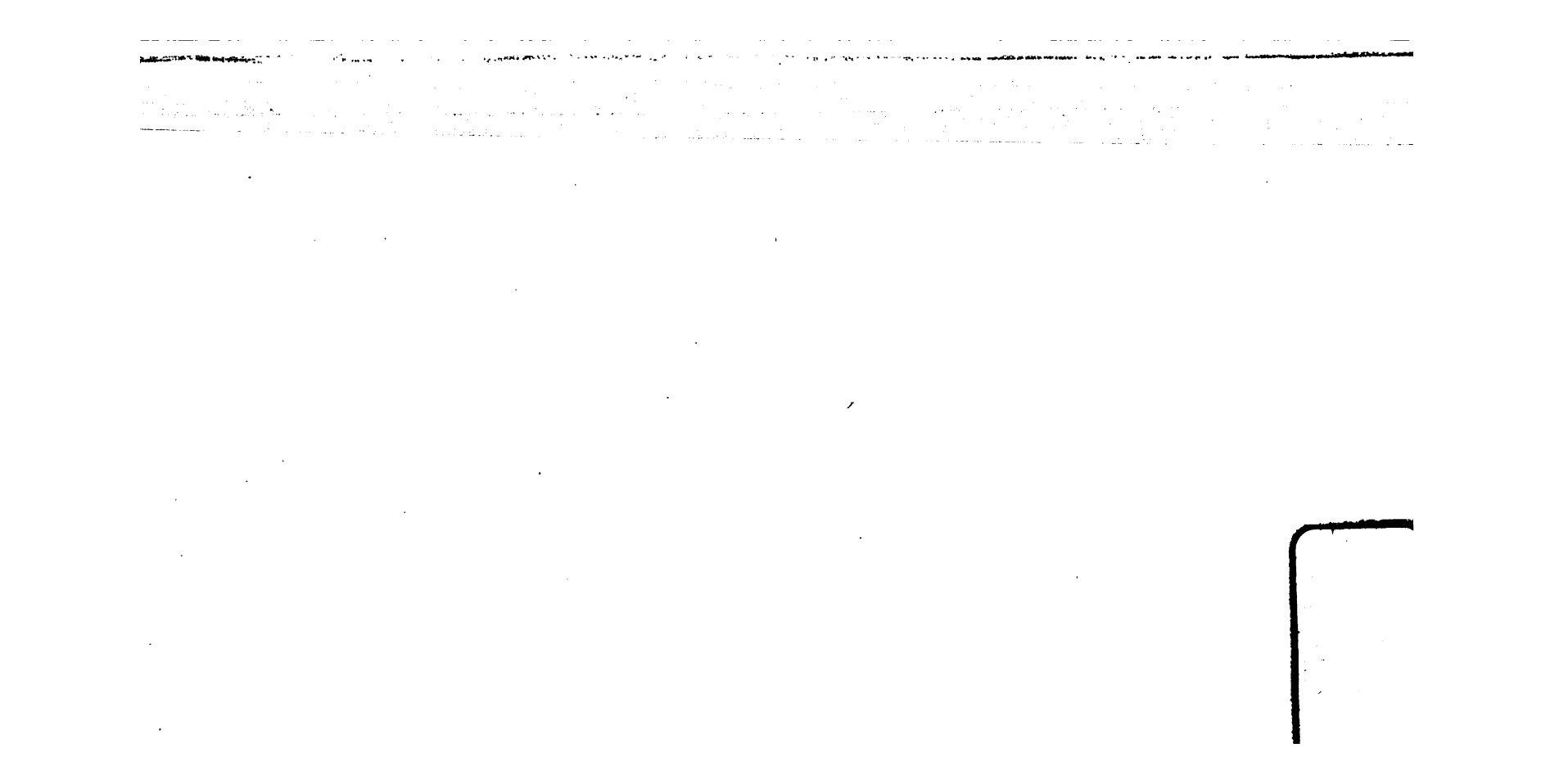
Die in der zweiten Spalte erwähnten Grade des Lufthermometers beziehen sich auf die von

Lambert gefundene Ausdehnung der Luft. Setzte er nämlich das Volumen der Luft bei der Temperatur des gefrierenden Wassers = 1000, so war dieses bei der Temperatur des siedenden Wassers 1375, wofür er als runde Zahl 1370 nimmt. Er fand also in diesem am 31. Jan. 1776 angestellten Versuche genau dieselbe Gröfse für die Ausdehnung der Luft, welche sich späterhin aus den Beobachtungen Gay-Lussac's ergab. Siehe Lambert's Pyrometrie §. 87 — 89.

Man begnügte sich längere Zeit mit diesen sehr unvollkommenen Versuchen von Ziegler. Etwas genauere Versuche stellte Watt bei Gelegenheit seiner Verbesserung der Dampfmaschine im Winter 1764 — 1765 in Glasgow an, doch war es ihm damals wegen Mangel an hinreichend guten Glasröhren nicht möglich diese Versuche weiter zu verfolgen, und erst in den Jahren 1773 — 74 machte er einige bessere, welche er in einer Note zu Robison's Mechanical Philosophy (Edinburgh 1822) Vol. II. p. 30 mittheilt. Sein an dieser Stelle abgebildeter Apparat bestand aus einer gewöhnlichen Barometerröhre, an deren oberes Ende eine kleine Kugel geblasen war; das Barometer war wie gewöhnlich gefüllt; das untere Ende ging in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäfs; in der Kugel befanden sich einige Wassertropfen. Der ganze obere Theil der Röhre wurde nun durch den Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäfses geschoben und dieses Wasser durch eine untergesetz-

te Lampe zu verschiedenen Temperaturen erhoben, welche er an einem in dem Wasser des Gefäfses befindlichen Thermometer ablesen konnte. Dieses erwärmte Bad verwandelte nun das in der Kugel der Barometerröhre befindliche Wasser in Dampf, welcher durch seine Elasticität das Quecksilber in der Barometerröhre hinabtrieb. Wenn er nun die Länge dieser Quecksilbersäule von dem Stande des Barometers subtrahirte, so erhielt er die Expansivkraft der Wasserdämpfe. Folgendes sind die Versuche bei einem Barometerstande von 29″,5 Englisch; die Grade sind Fahrenheitsche und die Längen der Quecksilbersäule sind durch Englische Zolle ausgedrückt:

Temperatur	Elasticität	Temperatur	Elasticität
55°	0″,15	164°	10″,10
74	0, 65	167	11, 07
81	0, 80	172	11, 95
95	1, 30	175	12, 88
104	1, 75	177,5	13, 81
118	2, 68	180	14, 73
128	3, 60	182,5	15, 66
135	4, 53	185	16, 58
142	5, 46	187	17, 51
148	6, 40	189	18, 45
153	7, 325	191	19, 38
157	8, 25	193,5	20, 34
161	9, 18	196,5	21, 26



der Nullpunkt der an der Barometerröhre befindlichen Scale um 0″,2 zu niedrig sey; indessen wenn man auch diese Correction anbringen wollte, so ist dennoch der Unterschied sehr bedeutend.

Watt machte seine Versuche indessen nicht weiter bekannt; erst Betancourt gab in seinem Mémoire sur la force expansive de la vapeur de l'eau, Paris 1790. 4. neue Beobachtungen, welche späterhin Prony in seiner Architecture hydraulique, vorzüglich aber in seinem lesenswerthen Essai experimental et analytique sur les loix de la dilatabilité des fluides élastiques et sur celles de la force expansive de la vapeur de l'eau et de l'alcool à differentes temperatures (Journal de l'école polytechnique, Vol. I, Cahier 2 p. 24—76) zur Herleitung eines allgemeinen Gesetzes benutzte. Der Apparat von Betancourt bestand aus einem verschlossenen 12″ hohen kupfernen Topfe, dessen Deckel angelöthet war. In der obern Fläche des Deckels befanden sich drei Oeffnungen, welche durch Schrauben wieder verschlossen werden konnten. Die eine dieser Oeffnungen diente dazu, Wasser in den Topf zu bringen; durch die andere ging ein Quecksilberthermometer, dessen Scale sich aufserhalb des Topfes befand, und durch die dritte ging ein heberförmiges Barometer, dessen langer Schenkel 110″ Länge hatte. Zwischen den beiden Schenkeln des Barometers ging eine bewegliche Scale auf und ab, deren Anfangspunkt bei jeder Beobachtung auf das veränderliche Niveau des Quecksilbers in beiden Schenkeln gestellt wurde. Zur Seite ging überdies eine

gekrümmte mit einem Hahn versehene bleierne Röhre aus dem Topfe, welche mit einer Luftpumpe in Verbindung gebracht, zur Evacuirung des Topfes diente. Betancourt stellte mit diesem Apparate vier Reihen von Versuchen über die Expansivkraft der Wasserdämpfe an. Bei der ersten Reihe wurde der Topf bis auf $\frac{1}{10}$, in der zweiten bis auf $\frac{1}{4}$, in der dritten bis auf $\frac{1}{2}$ und in der vierten bis auf $\frac{3}{4}$ mit destillirtem Wasser angefüllt. Hierauf wurde die Luft ausgepumpt, der Apparat bis zu 0° erkaltet und nun der Stand des Barometers beobachtet. Wenn hier der Stand des in der Luft hängenden Barometers von dem am Topfe verschieden war, so wurde dieses dem Drucke der im Topfe zurückgebliebenen Luft zugeschrieben und die Expansivkraft bei 0° R. = 0 gesetzt. Hierauf wurde der Topf über ein Kohlenbecken gesetzt, die Temperatur nebst der Expansivkraft von 0° bis 110° R. von Grad zu Grad beobachtet; und dann die Länge der Quecksilbersäule wegen der in dem Topfe zurückgebliebenen Luft corrigirt. Folgendes sind seine Versuche von 5 zu 5° R., wie sie Prony in seiner erwähnten Abhandlung im Journal de l'école polytechnique mittheilt. Die Expansivkräfte sind in Zollen des pied de Roi ausgedrückt:

müssen wir schon gegen Versuche, in welchen so grofse Unterschiede herrschen, mifstrauisch werden.

Eines ähnlichen Apparates bediente sich Robison, um die in seiner Mechanical Philosophy Vol. II. p. 23 fg. mitgetheilten Versuche anzustellen. Um zuerst die Expansivkraft bei Temperaturen über 212° F. zu messen, so brachte er in der einen Oeffnung im Deckel des Topfes ein gut eingeschmirgeltes Sicherheitsventil von Messing an, dessen untere Fläche etwa $\frac{1}{4}$ Quadratzoll Engl. betrug. Auf dem Stiele, welcher sich an dem obern Theile dieses Ventils befand, ruhte ein stählerner Hebel, längs dessen ein Gewicht fortgeschoben werden konnte. Dieser Hebelarm war mit einer Scale versehen, welche so eingerichtet war, dafs die Zahl auf derselben den Zollen der Länge einer Quecksilbersäule entsprach, deren Druck auf die untere Fläche des Ventils gleich war dem Drucke des Hebels auf den Stiel desselben. Durch eine zweite Oeffnung ging ein Thermometer hindurch, dessen Kugel sich nur sehr wenig unter dem Deckel befand. Um nun zuerst die Expansivkraft des Wasserdampfes bei höheren Temperaturen zu bestimmen, so füllte er den Topf zur Hälfte mit destillirtem Wasser, aus welchem die Luft durch mehrmaliges Kochen ausgetrieben war, dann erwärmte er nach Verschliefsung des Gefäfses das Wasser durch eine untergesetzte Lampe, worauf beim Sieden desselben der Dampf durch die mit dem Sicherheitsventile versehene Oeffnung in grofser Menge ausströmte. War dieses geschehen, so stellte er das Gewicht an

dem das Ventil drückenden Hebelarm in eine solche Entfernung, dafs weiter kein Dampf ausströmen konnte, und zeichnete jedesmal die Temperatur auf, bei welcher wieder Dampf an der Seite des Sicherheitsventiles hervortrat. Auf diese Weise beobachtete er die Expansivkraft des Wasserdampfes von 212° bis 281° F. In der Folge construirte Robison indessen statt dieses unvollkommenen Apparates einen andern; er liefs nämlich eine Glasröhre dergestalt verfertigen, dafs sie in der Mitte zweimal gebogen war und daselbst ein kleines Gefäfs hatte, so dafs aus demselben die Röhren nach oben und unten gingen. In dieses Gefäfs wurde Quecksilber gegossen, welches in die obere 6′ 2″ lange Röhre steigen konnte. Das kurze Ende dieser Röhre wurde nun in eine dritte im Deckel des Topfes befindliche Oeffnung gesetzt. Der Wasserdampf drückte sodann auf das in dem Gefäfse befindliche Quecksilber, welches dadurch in den langen Schenkel getrieben wurde; so konnte er die Länge dieser Quecksilbersäule messen, zu welcher noch der jedesmalige Barometerstand addirt werden mufste.

Um die Expansivkraft unter dem Siedepunkte des Wassers zu bestimmen, wurde eine nach unten gebogene Glasröhre in die eben erwähnte dritte Oeffnung des Deckels gesetzt; die Luft dann durch Kochen des Wassers ausgetrieben und der untere Theil dieser Röhre in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäfs gesetzt; und der Apparat erkaltet, worauf das Quecksilber in der Barometerröhre im-

mer höher stieg. Wenn nun der Apparat bis 32° F. erkaltet war, so wurde das Wasser successive erwärmt, und die Länge der mit der Temperatur immer kleiner werdenden Quecksilbersäule in der Glasröhre gemessen. Folgendes sind die Versuche von Robison, welche an der angeführten Stelle bekannt gemacht werden; von den Expansivkräften bei höhern Temperaturen nehme ich nur diejenigen, welche mit Hülfe des zweiten Apparates beobachtet wurden:

Temperatur		Expansivkraft	
Fahrenheit	Réaumur	Engl. Zolle	Pariser Linien
32°	0°,000	0,0	0,000
40	3, 561	0,1	1,126
50	8, 012	0,2	2,252
60	12, 463	0,35	3,941
70	16, 914	0,55	6,192
80	21, 365	0,82	9,232
90	25, 816	1,18	13,286
100	30, 268	1,61	18,014
110	34, 719	2,25	25,333
120	39, 170	3,00	33,777
130	43, 621	3,95	44,473
140	48, 072	5,15	57,984
150	52, 523	6,72	75,660
160	56, 974	8,65	97,390
170	61, 425	11,05	124,412
180	65, 876	14,05	158,189
190	70, 328	17,85	200,973
200	74, 779	22,62	254,679
210	79, 230	28,65	322,570
212	80, 120	30,0	337,770
220	83, 681	35,8	403,072
230	88, 132	44,5	501,025
240	92, 583	54,9	618,119
250	97, 034	66,8	752,101
260	101, 485	80,3	904,098
270	105, 936	94,1	1059,472
280	110, 388	105,9	1192,328

Was die Verwandlung der Englischen Zolle in Pariser Linien betrifft, so bediente ich mich der Bestimmung vom Capitän Kater. Es fand derselbe nämlich die Länge eines Meters = 39″,37079 Engl. = 443‴,295936 Pariser (Philosophical Transactions of the R. S. L. 1818. p. 109), also ist die Länge eines englischen Zolles 11,259 Linien des pied du Roi. Von der Verwandlung der Grade des Fahrenheitschen Thermometers in Reaumursche werde ich späterhin die Gründe angeben.

Hieraus wollen wir jetzt durch Interpolation die Expansivkräfte von 5 zu 5 Graden herleiten. Am bequemsten scheint mir hiezu die Formel, welche Prony in seiner mehrmals erwähnten Abhandlung (Journ. de l'école polyt. Cah. II. p. 28) aufstellt. Sind nämlich z', z'', z''' drei auf einander folgende Resultate, von welchen das zweite und dritte vom ersten respective um x' und x'' abstehen, so ergiebt sich daraus folgende Formel, um z in der Distanz x von z' zu berechnen:

$$z = \frac{x''-x}{x'} \cdot \frac{x'-x}{x''} z' + \frac{x}{x''-x'} \left(\frac{x''-x}{x'} z'' - \frac{x'-x}{x''} z''' \right)$$

Bequemer ist es indessen, sogleich $z - z'$ zu berechnen; wenn man also $z'' - z' = \omega'$, $z''' - z' = \omega''$ setzt, so ergiebt sich

$$z - z' = \frac{x}{x''-x'} \left(\frac{x''-x}{x'} \omega' - \frac{x'-x}{x'} \omega'' \right)$$

Darnach ergiebt sich folgende Tafel für die Expansivkräfte des Wasserdampfes von 5 zu 5° R.:

Temperatur	Elasticität	Temperatur	Elasticität
0° R.	0,‴000	60° R.	110,‴914
5	1, 436	65	150, 853
10	2, 936	70	197, 435
15	5, 127	75	257, 746
20	8, 193	80	336, 000
25	12, 490	85	430, 072
30	17, 657	90	551, 927
35	25, 797	95	688, 714
40	35, 551	100	852, 854
45	48, 216	105	1028, 71
50	65, 314	110	1181, 94
55	87, 076		

Hauptsächlich in der Absicht, um die von de Luc aufgestellte Theorie der Verdunstung zu prüfen, stellte Professor Schmid in Giefsen genaue Versuche über die Expansivkraft der Wasserdämpfe an, welche in Gren's Neuem Journale der Physik Bd. IV. p. 251 — 319 mitgetheilt werden. Um zuerst die Expansivkräfte bei höhern Temperaturen zu bestimmen, so bediente er sich eines dem Betancourtschen ähnlichen Apparates; nur liefs er zuerst die Röhre fort, welche zur Verbindung des Papinschen Topfes mit der Luftpumpe diente, indem er es für bequemer und vortheilhafter hielt, das Vacuum durch siedende Wasserdämpfe als vermittelst der Luftpumpe zu erzeugen. Um ferner das nicht zu vermeidende Abkühlen der Wasserdämpfe in der heberförmigen Röhre am Betancourtschen Apparate und die dadurch erzeugte Destillation zu verhin-

dern, wählte er eine gerade an beiden Enden offene Glasröhre, die unten in einer weiten eisernen offenen Büchse stand. Diese Büchse, welche sehr genau verschlossen werden konnte, wurde mit Quecksilber gefüllt; durch den untern Boden ging eine Röhre aus dem Topfe in die Büchse. Sollte nun der Apparat gebraucht werden, so wurde zuerst das Wasser zum lebhaften Sieden gebracht, damit die Dämpfe alle Luft aus dem Topfe treiben könnten; war dieses geschehen, so wurde die eiserne Büchse verschlossen, damit kein Dampf hinausgehen könnte; der sich bildende und in die Büchse tretende Dampf drückte nunmehr auf die obere Fläche des Quecksilbers, welches sodann in die Barometerröhre stieg, bis ein Gleichgewicht zwischen beiden Statt fand. Zu der hier gefundenen Länge der Quecksilbersäule mufste sodann noch der jedesmalige Barometerstand addirt werden. Dieser Apparat war also dem zweiten Robison'schen sehr ähnlich.

Um nun die Expansivkräfte auch unter 80°, beobachten zu können, nahm er eine gekrümmte oben zugeschmolzene Glasröhre von der Höhe und Weite einer gewöhnlichen Barometerröhre. An diese Röhre war unten eine Kugel angeblasen, welche mit derselben ein Gefäfsbarometer bildete, das wie gewöhnlich mit Quecksilber gefüllt und luftleer gemacht war. Die Oeffnung in dem obern Theile des Gefäfses konnte durch einen wohlpassenden Korkstöpsel verschlossen werden. Von der Seite des Gefäfses über dem Niveau des Quecksilbers führte eine rechtwinklich gebogene Röhre

nach einem zweiten Gefäfse, dessen untere Oeffnung ebenfalls durch einen Korkstöpsel verschlossen werden konnte. Dieses zweite Gefäfs wurde mit Wasser gefüllt: und dasselbe durch eine von der Seite mittelst eines Löthrohres dawider geblasene Lichtflamme erwärmt. Um nun zuerst die Luft hinauszutreiben, nahm er den Stöpsel aus der Oeffnung des obern Gefäfses und erhielt das Wasser einige Zeit im Sieden. Hatte dieses einige Zeit gedauert, so steckte er den Stöpsel mit dem durch dasselbe gehenden Thermometer wieder auf und setzte den ganzen untern Theil des Apparates in ein Wasserbad, welches er zuvor bis zum Sieden erwärmt hatte und nun bis 0° R. erkaltete; er beobachtete die Temperatur in der Regel von 5 zu 5° und zeichnete die jedesmalige Länge der Quecksilbersäule in der Barometerröhre auf. War der Apparat bis zur Eiskälte gekommen und alles wohl verschlossen, so *sank das Quecksilber in der Barometerröhre bis zu dem Niveau in dem Gefäfs hinab*; „zum Beweis, dafs die Dämpfe alle in dem „Gefäfse enthaltene Luft vor sich hinaus getrie„ben, und sich selbst bei der Eiskälte wieder zer„setzt haben. Dieser Versuch, welchen ich mehr„mals wiederholt habe, ist mir niemals mifslun„gen, wenn das in der Phiole enthaltene Wasser „durch anhaltendes Kochen von aller beigemisch„ten Luft gereinigt und die Verschliefsung der „Korkstöpsel vollkommen war." (Gren's N. J. d. Phys. IV, 279).

Folgendes sind seine Versuche von 5 zu 5° R.; die Expansivkraft ist in Pariser Zollen der Länge

einer mit ihr im Gleichgewichte stehenden Quecksilbersäule ausgedrückt:

Temperatur	Expansivkraft	Temperatur	Expansivkraft
0° R.	0″,00	60° R.	10,″98
5	0, 11	65	14, 07
10	0, 28	70	17, 92
15	0, 55	75	22, 29
20	0, 90	80	28, 00
25	1, 30	85	35, 39
30	1, 93	90	43, 77
35	2, 68	95	54, 18
40	3, 64	100	67, 00
45	5, 14	105	80, 95
50	6, 40	110	100, 72
55	8, 55		

In diese ältere Periode der Untersuchungen über die Expansivkraft der Wasserdämpfe gehört auch die Arbeit von L. Biker und H. W. Rouppe, ursprünglich in den Nieuwe Verhandelingen van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wysbegeerte te Rotterdam, Deel I, Amsterd. 1800, und daraus in Gilbert's Annalen X, 257 — 281. Biker hatte schon drei Jahr früher, ehe Betancourt's Abhandlung erschien und ohne etwas von der Arbeit Ziegler's zu wissen, einen Apparat einrichten lassen, um über die Expansivkraft der Wasserdämpfe Versuche anzustellen; Geschäfte hielten ihn indessen ab, die Fehler die er daran bemerkt hatte, verbessern zu lassen, und er gab die damit anzustellenden Versuche gänzlich auf, nachdem er Betancourt's

Mémoire gelesen hatte. Späterhin forderte ihn die Rotterdammer Gesellschaft auf, diese Versuche wieder vorzunehmen und sich auf ihre Kosten einen Apparat machen zu lassen. Er bat zugleich den Lehrer der Chemie zu Rotterdam, Rouppe, den Apparat unter seinen Augen ausführen zu lassen und mit ihm in Gemeinschaft die Versuche anzustellen. Ihr etwas zusammengesetzter Apparat, welcher in Gilbert's Annalen Bd. X. Tab. IV. abgebildet ist, bestand aus einem Papin'schen Topfe aus $\frac{3}{16}$″ dickem Kupfer, inwendig 11″ und 10″ weit, der in einem eisernen Ofen hing und zwischen welchem und dem Topfe so viel Raum blieb, dafs die Flamme ihn umspielen konnte. Der Deckel desselben war noch einmal so dick als der Topf und durch feste Schrauben unweit des Umfanges auf eine zwischen beide gelegte Bleischeibe dampfdicht angedrückt.

In dem Deckel waren fünf Oeffnungen befindlich. Durch die eine derselben konnte Wasser in den Topf gegossen werden; durch eine zweite ging ein Thermometer, dessen Kugel 4″ tief in den Topf hinabging; die Eintheilung desselben war in Fahrenheit'sche Grade. Durch eine andere Oeffnung ging die 110″ hohe Barometerröhre, deren Scale in Rheinländische Zolle getheilt war. Das untere offene Ende der Barometerröhre ging bis nahe an den Boden eines unter dem Deckel befindlichen eisernen Behälters von 5″ Tiefe und $2\frac{1}{2}$″ Breite, welcher Quecksilber genug faſste, um die ganze Röhre damit zu

fällen. Der Dampf drückte dann unmittelbar auf das Quecksilber in diesem Gefäfse und hatte also die zugehörige Temperatur, während er sich in dem oben erwähnten Betancourtschen Apparate schon sehr abgekühlt hatte. „Die Einrichtung" sagt d. Vf. „dieses Quecksilberbehälters für das Barometer ist „es hauptsächlich, worauf sich meine Verbesse„rung des Dampfmessers gründet; und ich halte „meinen Dampfmesser eben deshalb für voll„kommner als den Betancourtschen, weil in ihm „der heifse Wasserdampf unmittelbar auf gleich „stark erhitztes Quecksilber drückt, ohne dafs das „Quecksilber, oder die äufsere Luft, ihn abkühlt „und dadurch seine Expansivkraft mindert." (Gilbert X, 267).

Sie stellten mit diesem Apparate sechs Reihen von Versuchen an, bei Wasserhöhen von 1″, 3″, 5″, 7″, 9″, 10″ im Kessel. Diese Beobachtungen reducirte Rouppe alle auf den constanten Barometerstand 29″ und man findet zwischen denselben eine recht gute Uebereinstimmung; ein Beweis, dafs die Unterschiede in den verschiedenen Beobachtungsreihen Betancourts ihren Grund nicht in den verschiedenen Wassermengen, sondern wahrscheinlich im Beobachter selbst haben.

Folgende Tafel enthält das Mittel aus ihren Versuchen, die sie nur über 212° F. anstellten

Temperatur		Expansivkraft	
Fahrenheit	Réaumur	Rheinl. Zolle	Pariser Linien
212°	80°,000	29″	336‴,168
213	80, 444	30, 3	351, 238
214	80, 889	30, 9	358, 193
215	81, 333	31, 5	365, 148
216	81, 778	32, 1	372, 103
217	82, 222	32, 6	377, 899
218	82, 667	33, 5	388, 332
219	83, 111	34	394, 108
220	83, 556	34, 7	402, 242
221	84, 000	35, 3	409, 197
222	84, 444	35, 9	416, 152
223	84, 889	36, 6	424, 267
224	85, 333	37, 4	433, 540
225	85, 778	37, 9	439, 336
226	86, 222	38, 7	448, 610
227	86, 667	39, 5	457, 884
228	87, 111	40, 3	467, 157
229	87, 556	41	475, 272
230	88, 000	41, 8	484, 545
231	88, 444	42, 8	496, 137
232	88, 889	43, 5	504, 251
233	89, 333	44, 5	515, 843
234	89, 778	45, 5	527, 435
235	90, 222	46, 3	536, 699
236	90, 667	47	544, 813
237	91, 111	48, 2	558, 724
238	91, 556	48, 7	564, 534
239	92, 000	49, 7	576, 126
240	92, 444	50, 5	585, 400
241	92, 889	51, 2	593, 514
242	93, 333	52, 3	606, 265
243	93, 778	53, 5	620, 176
244	94, 222	54, 5	631, 768
245	94, 667	55, 3	641, 041
246	95, 111	56, 5	654, 952
247	95, 556	57, 5	666, 544
248	96, 000	58, 6	679, 295

Temperatur		Expansivkraft	
Fahrenheit	Réaumur	Rheinl. Zolle	Pariser Linien
249°	96°,444	59″,7	692‴,046
250	96, 889	60, 7	703, 638
251	97, 333	61, 8	716, 386
252	97, 778	62, 9	729, 137
253	98, 222	64	741, 888
254	98, 666	65, 2	755, 799
255	99, 111	66, 6	772, 028
256	99, 555	68	788, 256
257	100, 000	69	799, 848
258	100, 444	70, 4	816, 077
259	100, 889	71, 5	828, 828
260	101, 333	72, 6	841, 580
261	101, 778	73, 7	854, 331
262	102, 222	74, 8	867, 082
263	102, 667	76, 1	882, 152
264	103, 111	77	892, 584
265	103, 555	78, 4	908, 813
266	104, 000	80	927, 360
267	104, 444	81, 4	943, 689
268	104, 889	82, 6	957, 500
269	105, 333	84	973, 718
270	105, 778	85, 5	991, 106
271	106, 222	87, 5	1014, 29
272	106, 667	89, 6	1038, 67
273	107, 111	90, 9	1053, 74
274	107, 555	92, 6	1073, 75
275	108, 000	94, 8	1098, 95
276	108, 444	97, 9	1134, 88
277	108, 889	98, 9	1146, 48
278	109, 333	102, 1	1183, 54

Was die Verwandlung der rheinländischen Zolle in Pariser Linien betrifft, so bediente ich mich der Angabe von Eisenschmidt, nach welcher der rheinländische Fuſs 13913 solcher Theile enthält, deren der Pariser 14400 enthält. (Mayer pr. Geom. Th. I. p. 61.) Was die Verwandlung der Fahrenheitschen Grade in Réaumur-

sche betrifft, so reducirte ich nach der Formel von Soldner (Gilbert XVII, 63)

$$x = t + \frac{5}{8} t \log \frac{b}{B}$$

wo $B = 336'''$, $b = 336''',168$ und $t = 80°$ den Siedepunct des bei 29″ rheinl. bestimmten Thermometers auf den entsprechenden Thermometergrad eines, dessen Siedepunct bei 336‴ par. bestimmt war; es ergab sich hieraus, dafs der Siedepunct des von Biker und Rouppe gebrauchten Thermometers bei 80°,0108 lag; es ist hier folglich in dem ganzen Intervalle der Thermometerscale ein Unterschied von 0°,01, um welchen das Bikersche zu grofs ist. Daher habe ich wegen dieses zu übersehenden Unterschiedes 212° F. = 80° R. gesetzt.

Aus der obigen Tafel habe ich folgende von 6 zu 5° R. berechnet:

Temperatur	Expansivkraft	Temperatur	Expansivkraft
80°	336‴,000	95°	651‴,474
85	426, 585	100	799, 848
90	532, 052	105	961, 555

Endlich trat John Dalton mit seinen Versuchen auf, welche alle früheren weit hinter sich zurückliefsen (Gilbert's Annalen XV, 1 sqq). Er stellte seine Versuche mehr aus rein physikalischem Gesichtspuncte an, als die bisherigen Physiker, deren Absicht gröfstentheils gewesen war, die Gröfse der Expansivkraft der Wasserdämpfe in Beziehung auf das Maschinenwesen zu bestimmen, weshalb dieselben sich auch vorzüglich auf

die höhern Temperaturen beschränkten; daher begnügte er sich mit Versuchen in niederer Temperatur, da er einsah, dafs diese für die Physik weit wichtiger seyen.

Zu seinen Versuchen nahm er eine vollkommen trockene Barometerröhre, füllte sie mit eben ausgekochtem Quecksilber und bemerkte den Stand der Quecksilbersäule in ihr. Hierauf graduirte er die Röhre und befeuchtete die innere Seite derselben mit dem zu dem Versuche bestimmten Fluidum; alsdann füllte er die Röhre wieder sorgfältig mit Quecksilber, wodurch sich allmählig etwa $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{5}$ Zoll Flüssigkeit über dem Quecksilber sammelte. Einen Beweis dafür, dafs der Apparat luftleer war, fand er darin, dafs bei der Neigung der Röhre die Flüssigkeit mit dem Quecksilber bis in die Spitze derselben stieg.

Zur fernern Vorrichtung nahm er eine 2″ weite und 14″ lange, an beiden Enden offene und mit Korkstöpseln versehene Glasröhre. Beide Korkstöpsel hatten in der Mitte runde Oeffnungen, um die Barometerröhre hindurchzuschieben; der obere indessen, welcher blos dazu bestimmt war, die Barometerröhre zu halten, war halb weggeschnitten, so dafs durch ihn Wasser in die Röhre gegossen werden konnte; der untere dagegen war ringsum wasserdicht verwahrt. Hierauf gofs er Wasser in die weite Röhre, so dafs es den obern luftleeren Theil des Barometers umgab; dieses Wasser selbst hatte verschiedene Temperaturen und so liefs sich dann der Einfluss dieser Temperatur auf Bildung der Dämpfe innerhalb der Röh-

re nach dem Sinken der Quecksilbersäule beurtheilen. Mit diesem Apparate experimentirte er bis 155° F. Zu den in höhern Temperaturen anzustellenden Versuchen nahm er einen ähnlichen aber zinnernen Apparat zur Erwärmung des Wassers. — Er wiederholte diese Versuche auch unter dem Recipienten der Luftpumpe und er fand eine grofse Uebereinstimmung zwischen den beiden Arten von Beobachtungen. Die von ihm gefundenen Expansivkräfte theilt er in einer grofsen Tafel mit, welche sich in Gilb. Ann. p. 8 — 10 befindet. Sie geht von — 40° F. bis 325° F.; und zwar giebt er die Expansivkräfte unter 0 von 10° zu 10°, aber von 0 bis 325° von Grad zu Grad; indessen gingen die wirklich beobachteten nur von 32° bis 212°, die übrigen sind nach einem von ihm gefundenen Gesetze berechnet. Ich gebe in folgender Tafel einige von seinen Beobachtungen, welche für die folgende Berechnung am bequemsten liegen:

Temperatur		Expansivkraft	
Fahrenheit	Réaumur	Engl. Zolle	Pariser Linien
32°	0°,000	0,200	2,252
43	4, 496	0,294	3,310
44	5, 341	0,305	3,434
54	9, 792	0,429	4,830
55	10, 238	0,443	4,988
65	14, 689	0,616	6,936
66	15, 134	0,635	7,149
76	19, 585	0,880	9,908
77	20, 030	0,910	10,246
88	24, 926	1,28	14,412
89	25, 371	1,32	14,862
99	29, 822	1,80	20,266
100	30, 268	1,86	20,942
110	34, 719	2,60	29,273

Temperatur		Expansivkraft	
Fahrenheit	Réaumur	Engl. Zolle	Pariser Linien
111°	35°,164	2,68	30,174
121	39, 615	3,42	38,506
122	40, 060	3,50	39,407
133	44, 956	4,73	53,255
134	45, 401	4,86	54,719
144	49, 852	6,37	71,720
145	50, 298	6,53	73,521
155	54, 749	8,40	94,576
156	55, 194	8,60	96,827
166	59, 645	10,96	123,399
167	60, 090	11,25	126,664
178	64, 986	14,52	163,481
179	65, 431	14,83	166,971
189	69, 882	18,60	209,417
190	70, 328	19,00	213,921
200	74, 829	23,64	266,163
201	75, 274	24,12	271,567
209	78, 783	28,29	318,517
210	79, 228	28,84	324,710
211	79, 673	29,41	331,127
212	80, 120	30,00	337,77

Da wir indessen das Réaumursche Thermometer anwenden, der Siedepunkt auf demselben aber gewöhnlich bei 336‴ par. bestimmt wird, während die Engländer ihr 212° F. bei einem Barometerstande von 30″ Engl. = 337‴,77 Par. bestimmen, so müssen wir noch den Punkt des von Dalton gebrauchten Thermometers bestimmen, welcher dem Siedepunkte von 336‴ entspricht. Deshalb wenden wir die schon oben erwähnte Prony'sche Interpolationsformel an; wir setzen nämlich

$z' = 210°$, so ist $\omega' = 1$ und $x' = 6''',417$
$z'' = 211$ $\omega'' = 2$ $x'' = 13,060$
$z''' = 212$ $x = 11,290$
und daraus ergiebt sich $z - z' = 1,°736$,
folglich ist

$80°$ R. $= 211°,736$ F. und
$212°$ F. $= 80°,12$ R.

Nach dieser letzten Gleichung sind die Fahrenheitschen Grade in diesen Versuchen Daltons, so wie oben in denen von Robison in Réaumursche verwandelt und wir werden uns derselben noch späterhin bei einigen andern Versuchen bedienen. Eben dieses hätte uns auch die von Soldner gefundene Formel (Gilb. XVII, 63).

$$x = t + \frac{5}{8} t \log \frac{b}{B}$$

gegeben, indem man zuerst $212°$ F. $= 80°$ R. setzt; $B = 336'''$, $b = 337''',77$ und $t = 80°$.

Aus dieser Daltonschen Tafel wollen wir eine andere herleiten, welche uns die Expansivkraft von 5 zu 5° R. angiebt:

Temperatur	Expansivkraft	Temperatur	Expansivkraft
0° R.	2''',252	45° R.	53''',400
5	3, 339	50	72, 320
10	4, 904	55	95, 846
15	7, 085	60	126, 004
20	10, 223	65	163, 591
25	14, 487	70	210, 612
30	20, 536	75	268, 239
35	28, 981	80	336, 000
40	39, 286		

Fast um dieselbe Zeit als Dalton mit seinen Untersuchungen beschäftigt war (1797 — 1798), stellte Southern in Gemeinschaft mit William Creighton Versuche über die Expansivkraft der Wasserdämpfe an, deren Resultat Southern in seiner „Letter to Mr. Watt" vom 26. März 1814 mittheilt (Robison's Mechanical Philosophy Vol. II. p. 160 — 173). Bei Temperaturen über 212° gebrauchte er einen dem Robisonschen, unter 212° einen dem Wattschen ähnlichen Apparat. Auf diese Weise erhielt er nach einem Mittel aus drei Beobachtungsreihen folgende Resultate:

Temperatur		Expansivkraft	
Fahrenheit	Réaumur	Engl. Zolle	Pariser Linien
32°	0°,000	0,16	1,801
42	4, 451	0,23	2,590
52	8, 902	0,35	3,941
62	13, 353	0,52	5,855
72	17, 804	0,73	8,219
82	22, 256	1,02	11,484
92	26, 707	1,42	15,988
102	31, 158	1,96	22,068
112	35, 609	2,66	29,949
122	40, 060	3,58	40,307
132	44, 511	4,71	53,030
142	48, 963	6,10	68,680
152	53, 414	7,90	88,946
162	57, 865	10,05	113,153
172	62, 316	12,72	143,214
182	66, 767	16,01	180,257
192	71, 218	20,04	225,630
202	75, 669	24,61	277,084
212	80, 120	30,00	337,770
250	97, 032	60,00	675,54
293,4	116, 349	120,00	1351,08
343,6	138, 693	240,00	2702,16

Daraus ist nach der Pronyschen Formel folgende Tafel von 5° zu 5° R. berechnet:

Temperatur	Elasticität	Temperatur	Elasticität
0° R.	1‴,801	45° R.	54‴,525
5	2, 724	50	73, 055
10	4, 371	55	96, 893
15	6, 625	60	126, 711
20	9, 676	65	164, 579
25	14, 072	70	212, 530
30	20, 314	75	268, 778
35	28, 729	80	336, 000
40	40, 146		

Vorzüglich in der Absicht, um einige von Dalton aus seinen Experimenten gefolgerte Sätze zu prüfen, stellte Andrew Ure einige Versuche über die Expansivkraft der Dämpfe des Wassers und einiger andern Flüssigkeiten an, welche er in seinen New experimental researches on some of the leading doctrines of caloric, particularly on the relation between the elasticity, temperature and latent heat of different vapours and on the thermometric admeasurement and capacity; communicated to William Hyde Wollaston (geschrieben im Julius 1817, vorgelesen in der R. S. Lond. am 30. April 1818, abgedruckt in den Philosoph. Trans. for 1818 p. 338 — 394) mittheilt. Er zog zu seinen Untersuchungen den sich durch seine Einfachheit empfehlenden Daltonschen Apparat vor, suchte indessen mehrere Unbequemlichkeiten desselben zu vermeiden. Dalton nämlich füllte die ganze oben erwähnte Röhre mit dem erwärmenden Fluidum, es ist aber bekannt, wie

schwierig es ist, einer grofsen Wassermasse durchgängig eine gleichförmige Temperatur zu geben. Biot erwähnt dieses Umstandes und der daher rührenden Fehler, so wie der dagegen anzuwendenden Mittel mit folgenden Worten: „la temperature d'une masse liquide, qui se refroidit dans l'air, n'est pas tout à fait la même au fond, et à la surface supérieure, parce que les molécules plus froides descendent dans les couches inférieures par l'excès de leur poids. Ainsi la temperature de la colonne d'eau chaude qui enveloppe le tube dans l'expérience précédente, peut n'être pas rigoureusement constante dans toute sa hauteur. On pourrait essayer de la rendre égale en agitant et mêlant les diverses couches dont elle est composée; mais cela serait assez difficile. Il vaudrait mieux avoir plusieurs thermomètres suspendus à diverses hauteurs dans l'intérieur de cette eau et prendre une moyenne arithmétique entre leurs indications; ou bien encore, et cela serait probablement plus exact, on pourrait employer un thermomètre dont le reservoir serait cylindrique, et d'une longueur égale à celle de la colonne de vapeurs etc." (Traité de physique I, 268). Ein anderer Uebelstand bei dem von Dalton angewandten Verfahren ist die ungleiche Erwärmung der Quecksilbersäule, bei welcher die Reductionen wenigstens sehr schwierig seyn möchten.

Diese beiden Hauptquellen von Fehlern suchte Ure auf folgende Art zu vermeiden. Er nahm ein gewöhnliches Heberbarometer, bei welchem der offene Schenkel indessen dieselbe Länge hatte,

als der verschlossene. Ueber dem Quecksilber befand sich in dem Vacuum das Fluidum, welches in Dämpfe verwandelt werden sollte; der zu dem Dampfe bestimmte Raum hatte eine sehr geringe Länge. Dieser obere Raum ging durch den Boden eines Glascylinders, in welchen Wasser oder ein anderes Fluidum gegossen wurde und durch untergesetzte Lampen erwärmt zur Bildung des Dampfes diente. An diesen obern Raum der Barometerröhre wurde sodann die Kugel eines sehr empfindlichen Thermometers gelegt. Wenn er nun den Versuch anstellen wollte, so gab er dem ganzen Apparate eine bestimmte Temperatur und goſs in den offenen Schenkel so viel Quecksilber, daſs der von Dämpfen erfüllte Raum eine sehr geringe Länge hatte; wickelte um den verschlossenen Schenkel da, wo die Quecksilbersäule endete, einen feinen Platinadraht und bestimmte die Länge der Quecksilbersäule im verschlossenen Schenkel über dem Niveau im offenen; verglich er nun diese Länge mit dem Barometerstande zur Zeit der Beobachtung, so erhielt er die Expansivkraft des Dampfes bei dieser gegebenen Temperatur. Wollte er nun die Expansivkraft bei höhern Temperaturen messen, so erwärmte er das Bad, es bildete sich in der Röhre Dampf und dieser trieb das Quecksilber tiefer; wenn er aber einige Tropfen Quecksilber in den offenen Schenkel goſs, so konnte er das Quecksilber wieder bis zum Platinadrahte treiben. Die Länge der hinzugegossenen Säule gab ihm dann die Expansivkraft bei dieser Temperatur. Wär die Temperatur des Dampfes

212° F., so stand das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch. Für höhere Temperaturen bediente er sich eines ähnlichen Apparates, nur dafs die verschlossene Röhre gleich unterhalb des Cylinders gebogen, also die doppelte Quecksilbersäule von 30″ Engl. erspart wurde. Da hier der Raum, in welchem sich der Dampf befindet, sehr klein ist und stets dieselbe Länge hat, so wird er auch fast eine constante Temperatur haben; aufserdem wird der Unterschied der Temperatur in der Quecksilbersäule wegen der schlechten Leitbarkeit des Quecksilbers weit geringer seyn als bei Dalton.

Folgende Tafel enthält die meisten der von ihm angestellten Versuche:

Temperatur		Expansivkraft	
Fahrenheit	Réaumur	Engl. Zolle	Pariser Linien
24°	— 3°,561	0″,170	1‴,904
32	0, 000	0, 200	2, 252
40	3, 561	0, 250	2, 815
50	8, 012	0, 360	4, 053
55	10, 237	0, 416	4, 684
60	12, 463	0, 516	5, 810
65	14, 689	0, 630	7, 093
70	16, 914	0, 726	8, 174
75	19, 140	0, 860	9, 683
80	21, 365	1, 010	11, 372
85	23, 591	1, 170	13, 173
90	25, 816	1, 360	15, 312
95	28, 042	1, 640	18, 465
100	30, 267	1, 860	20, 942
105	32, 493	2, 100	23, 644
110	34, 719	2, 456	27, 652
115	36, 944	2, 810	31, 638
120	39, 170	3, 300	37, 155
125	41, 395	3, 830	43, 122

Temperatur		Expansivkraft	
Fahrenheit	Réaumur	Engl. Zolle	Pariser Linien
130°	43°,621	4″,366	49,157
135	45, 846	5, 070	57,083
140	48, 072	5, 770	64,964
145	50, 298	6, 600	74,309
150	52, 523	7, 530	84,780
155	54, 749	8, 500	95,702
160	56, 974	9, 600	108,086
165	59, 200	10, 800	121,597
170	61, 425	12, 050	135,671
175	63, 651	13, 550	152,919
180	65, 876	15, 160	170,686
185	68, 102	16, 900	190,277
190	70, 327	19, 000	213,921
195	72, 553	21, 100	237,565
200	74, 779	23, 600	265,712
205	77, 004	25, 900	291,608
210	79, 230	28, 880	325,160
212	80, 120	30, 000	337,770
216,6	82, 167	33, 40	376,051
220	83, 681	35, 54	400,145
221,6	84, 393	36, 70	413,205
225	85, 906	39, 11	440,339
226,3	86, 485	40, 10	451,486
230	88, 132	43, 10	485,263
230,5	88, 354	43, 50	489,767
234,5	90, 135	46, 80	526,921
235	90, 358	47, 22	531,650
238,5	91, 915	50, 30	566,328
240	92, 583	51, 70	582,090
242	93, 473	53, 60	603,482
245	94, 809	56, 34	634,332
248,5	96, 366	60, 40	680,044
250,0	97, 034	61, 90	696,932
255	99, 260	67, 25	757,168
260	101, 485	72, 30	814,026
265	103, 711	78, 04	878,652
270	105, 936	86, 30	971,652
275	108, 162	93, 48	1052,941
280	110, 388	101, 90	1147,292
285,2	112, 702	112, 20	1263,260

Temperatur		Expansivkraft	
Fahrenheit	Réaumur	Engl. Zolle	Pariser Linien
290°	114″,838	120″,15	1352,769
295	117, 064	129, 00	1452,411
300	119, 290	139, 70	1572,882
305	121, 515	150, 56	1695,155
310	123, 741	161, 30	1816,077
312	124, 631	166, 25	1871,809

Die letzte Angabe bei 312 ist das Mittel aus zweien Versuchen, in welchen er respective 167″ und 165″,5 gefunden hatte. — Wenn wir aus diesen Versuchen die Expansivkraft nach der Pronyschen Formel von 5 zu 5° R. berechnen, so ergiebt sich folgende Tafel:

Temperatur	Expansivkraft	Temperatur	Expansivkraft
0° R.	2‴,252	65° R.	163‴,468
5	3, 209	70	210, 466
10	4, 594	75	267, 975
15	7, 219	80	336, 000
20	10, 328	85	423, 835
25	14, 411	90	525, 083
30	20, 190	95	638, 252
35	28, 070	100	776, 170
40	38, 262	105	931, 604
45	54, 297	110	1129, 527
50	73, 029	115	1358, 012
55	97, 043	120	1612, 084
60	126, 298		

Der letzte, welcher, so viel mir bekannt ist, Versuche über diesen Gegenstand angestellt hat, ist Arzberger. Er beobachtete die Temperatur nach dem hunderttheiligen Thermometer und drückte die Expansivkraft nach Wiener Zol-

len aus; letztere habe ich in Pariser Linien verwandelt nach dem Verhältnisse dafs 12 Wiener Zoll 140,13 Pariser Linien gleich sind. Was die Reduction der Centesimalgrade in Réaumursche betrifft, so habe ich 100° C. = 80° R. gesetzt, indem Arzberger bei 100° C. die Expansivkraft 28″,78 Wien. = 336‴,064 beobachtete; eine Gröfse, welche von 336‴ so wenig abweicht, dafs die Unterschiede fast unmerklich werden würden, indem das ganze Intervall der Thermometerscale etwa um 0°,004 R. geändert wird. Die Beobachtungen selbst sind:

Temperatur		Expansivkraft	
Centesim.	Réaumur	Wiener Zolle	Pariser Linien
0°	0°	0″,152	1‴,775
5	4	0, 197	2, 300
10	8	0, 290	3, 386
15	12	0, 420	4, 904
20	16	0, 591	6, 901
25	20	0, 847	9, 890
30	24	1, 125	13, 137
35	28	1, 665	19, 442
40	32	2, 025	23, 646
45	36	2, 675	31, 236
50	40	3, 463	40, 437
55	44	4, 453	51, 998
60	48	5, 673	66, 244
65	52	7, 140	83, 374
70	56	8, 919	104, 147
75	60	11, 05	129, 031
80	64	13, 57	158, 457
85	68	16, 55	193, 254
90	72	20, 10	237, 708
95	76	24, 08	281, 182
100	80	28, 78	336, 064

Wenn man hieraus die Expansivkräfte nach der Prony'schen Formel von 5 zu 5° R. berechnet, so ergiebt sich:

Temperatur	Expansivkraft	Temperatur	Expansivkraft
0°	1‴,775	45°	55‴,289
5	2, 531	50	74, 354
10	4, 085	55	98, 569
15	6, 309	60	129, 031
20	9, 890	65	166, 532
25	14, 910	70	213, 452
30	21, 121	75	268, 775
35	29, 899	80	336, 065
40	40, 437		

Wir wollen jetzt zur nähern Beurtheilung dieser Versuche dieselben von 5° zu 5° R. in folgender Tafel zusammenstellen:

Temperatur	Expansivkraft		
	Betancourt	Robison	Schmidt
0° R.	0‴,000	0‴,000	0‴,000
5	0, 240	1, 430	1, 132
10	1, 180	2, 936	3, 366
15	4, 20	5, 127	6, 600
20	7, 80	8, 193	10, 80
25	12, 60	12, 490	15, 60
30	18, 24	17, 657	23, 16
35	25, 80	25, 797	32, 16
40	35, 04	35, 551	43, 68
45	47, 40	48, 216	61, 68
50	64, 20	65, 314	76, 80
55	87, 84	87, 076	102, 60
60	119, 40	110, 914	131, 76
65	158, 4	150, 853	168, 84
70	202, 8	197, 435	215, 64
75	261, 0	257, 746	267, 84
80	336, 0	336, 000	336, 00

Temperatur	Betancourt	Robison	Rouppe
85°	437‴,4	430‴,70	426‴,58
90	556, 8	551, 93	532, 05
95	693, 6	688, 71	651, 47
100	861, 6	852, 58	799, 85
105	1041, 6	1028, 7	961, 56
110	1176, 0	1181, 9	
115			
120			

Der bloſse Anblick dieser Tafel zeigt sogleich die Unterschiede zwischen den von verschiedenen Experimentatoren gefundenen Resultaten. Was zuerst die Versuche von Betancourt, Robison und Schmidt betrifft, so haben sie einen gemeinschaftlichen Fehler, daſs sie die Expansivkraft bei der Temperatur des schmelzenden Eises gleich Null setzen, während theils die ge-

k r a f t.

Arzberger	Dalton	Ure	Southern
1‴,775	2‴,252	2‴,252	1‴,801
2, 531	3, 339	3, 209	2, 724
4, 085	4, 904	4, 594	4, 371
6, 309	7, 085	7, 219	6, 625
9, 890	10, 223	10, 328	9, 676
14, 910	14, 487	14, 411	14, 072
21, 121	20, 536	20, 190	20, 314
29, 899	28, 981	28, 070	28, 729
40, 437	39, 286	38, 262	40, 146
55, 289	53, 400	54, 297	54, 525
74, 354	72, 320	73, 029	73, 055
98, 569	95, 846	97, 043	96, 893
129, 031	126, 004	126, 298	126, 711
166, 532	163, 591	163, 468	164, 579
213, 452	210, 612	210, 466	212, 530
268, 775	268, 239	267, 975	268, 778
336, 065	336, 000	336, 000	336, 000

Schmidt	Ure
424‴,68	423‴,83
525, 24	525, 08
650, 16	638, 25
804, 00	776, 17
970, 40	931, 60
1208, 6	1129, 5
	1358, 0
	1612, 1

nauern Versuche von Dalton u. s. w. hier wirklich eine Expansivkraft zeigten, theils andere Erscheinungen diese Expansivkraft anzudeuten schienen. Der einzige von diesen älteren Experimentatoren, welcher (so viel als mir bekannt ist) dieses Umstandes erwähnt, ist Robison. Er sagt nämlich (Mech. Philos. Vol. II. p. 37, On steam §. 25), nachdem er seine Versuche angeführt hat,

dafs sich aus denselben einige sehr wichtige Folgerungen ergeben, namentlich dafs keine besondere Temperatur nöthig sey, damit Wasser die Gestalt von permanent elastischem Dampfe annehme und dafs es sehr wahrscheinlich sey, dafs es dieselbe selbst bei 32° F. annehme, nur sey die Elasticität zu klein, als dafs sie beobachtet werden könne. Denn Wilson fand, fährt er fort, dafs sogar Eis verdunste, denn ein Stück polirtes Metall, welches mit kleinen Eisfedern bedeckt war, einem kalten Winde ausgesetzt, wurde ganz trocken. —

Was ferner die Versuche von Betancourt und Robison betrifft, so stimmen diese recht gut zusammen, aber eine Vergleichung mit den Daltonschen Versuchen zeigt grofse Abweichungen; die Resultate der zuerst genannten Experimentatoren sind unter 80° durchgängig kleiner. Selbst dann, wenn wir, wie Watt bei seinen Versuchen vermuthete, annehmen wollten, dafs ihre Scale etwa 2 bis 3‴ zu kurz gewesen sey, so würden die Abweichungen nicht viel kleiner werden. Ich glaube indessen, dafs Robison in denselben Fehler verfallen ist als Betancourt; er setzte die Expansivkraft bei 0° = 0 und rechnete den Unterschied zwischen der Länge der Quecksilbersäule vom Papinschen Topfe und dem Barometerstande blos für Druck der Luft, welche noch im Topfe zurückgeblieben war; brachte sodann die Correction wegen der Ausdehnung der Luft an, wodurch offenbar alle Versuche zu klein ausfallen mufsten. Hierin scheint auch der Grund

zu liegen, weshalb namentlich die Betancourtschen Versuche so grofse Verschiedenheiten der Expansivkräfte zeigen. Ein anderer Umstand ist der, dafs die Kugeln der von diesen Physikern angewendeten Thermometer sich im Dampfe und nicht im obern Theile des Wassers befanden. So wie nämlich der Dampf in die Höhe stieg und die Kugeln der Thermometer berührte, condensirte er sich daselbst; dadurch wurde seine latente Wärme frei und das Thermometer zeigte eine höhere Temperatur an, als der Dampf eigentlich hatte, daher mufste nothwendig die Expansivkraft zu klein ausfallen. Je höher indessen die Temperatur des Dampfes stieg, desto kleiner wurde dieser Unterschied der Temperatur, und daher werden hier die Differenzen zwischen den Versuchen dieser Experimentatoren und denen Daltons auch verhältnifsmäfsig kleiner.

Herr Professor Schmidt erwähnt aufserdem, dafs bei den Temperaturen des schmelzenden Eises das Quecksilber in der Barometerröhre dasselbe Niveau gehabt habe, als das in dem Gefäfse. Ich vermuthe daher, dafs die Barometerröhre nicht ganz luftleer war; denn wollten wir auch annehmen, dafs ein kleiner Fehler in der Bestimmung des Nullpunktes an seinem Thermometer gewesen sey, so konnte dieser Temperaturunterschied doch keinen solchen Einfluss haben; und dafs Herr Professor Schmidt nicht die Correction wegen der Capillardepression angebracht habe, ist von einem so genauen Beobachter nicht zu erwarten. Wenn man indessen seine Beob-

achtungen unter 80° mit denen von Dalton und Ure vergleicht, so findet man, dafs die von ihm beobachteten Expansivkräfte bei niedrigen Temperaturen weit kleiner sind, bei 20° den Ure'schen gleich werden und dann sehr schnell wachsen. Ich glaube daher, dafs man sie wegen dieser Ungleichheiten nicht zur Herleitung des Gesetzes für die Expansivkraft gebrauchen darf. Eben dieses gilt, wie ich glaube, von den Versuchen Arzberger's. Ich habe nur die Versuche von Dalton, Ure und Southern zur Herleitung eines Gesetzes für zweckmäfsig gehalten, weil sie mit grofser Sorgfalt angestellt sind und eine grofse Uebereinstimmung unter einander haben.

Was die über 80° beobachteten Expansivkräfte betrifft, so stimmen die Versuche von Robison und Betancourt recht gut überein; die Zahlen scheinen indessen viel zu grofs zu seyn, wenigstens ist der Unterschied sehr bedeutend, wenn man sie mit den Versuchen von Ure vergleicht. Die Versuche von Biker und Rouppe stimmen mit denen von Schmidt recht gut; sie weichen aber über 90° ziemlich von den Ure'schen ab. Nun empfiehlt sich die Methode und das Verfahren von Ure allerdings durch grofse Correctheit; weil wir indessen noch keine anderweitigen genauen Versuche in diesen höhern Temperaturen haben, um eine nähere Prüfung anzustellen, und die Ure'schen Versuche bei weitem kleinere Expansivkräfte geben, als die der übrigen Experimentatoren, so wendete ich auch die Versuche von Rouppe und Schmidt zur Aufsuchung der mittlern Expan-

sivkraft an, gab ihnen jedoch nicht gleiche Wahrscheinlichkeit. Ich wendete hierzu folgenden bekannten Satz der Wahrscheinlichkeitsrechnung an: Sind a, b, c, ... beobachtete Werthe und α, β, γ respective die Wahrscheinlichkeiten derselben, so ist der mittlere Werth

$$m = \frac{\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \ldots\ldots}{\alpha + \beta + \gamma + \delta + \ldots\ldots}$$

Ich setzte hier, wenn a die von Rouppe, b die von Schmidt und c die von Ure beobachteten Expansivkräfte sind, $\alpha = \beta = 1$, $\gamma = 2$.

Folgende Tafel giebt die Expansivkräfte im Mittel.

Temperatur	Expansivkraft	Verhältniss der Expansivkräfte zu einander
0	2‴,102	
5	3, 091	1,470
10	4, 623	1,496
15	6, 976	1,509
20	10, 076	1,444
25	14, 323	1,421
30	20, 347	1,421
35	28, 593	1,405
40	39, 231	1,372
45	54, 074	1,378
50	72, 801	1,346
55	96, 594	1,327
60	126, 338	1,308
65	163, 879	1,297
70	211, 203	1,288
75	268, 331	1,270
80	336, 000	1,252
85	425, 33	1,26
90	525, 29	1,23
95	644, 56	1,22
100	789, 05	1,22
105	948, 79	1,20
110	1155, 9	1,21
115	1358, 8	1,18
120	1612, 1	1,18

Nach diesen Prämissen wollen wir uns jetzt zu dem eigentlichen Gegenstand unserer Untersuchung wenden, nämlich zur Aufsuchung eines Gesetzes für die Expansivkraft der Wasserdämpfe. Wenn man nun, wie Prony in seiner mehrmals erwähnten Abhandlung sagt (Journ. de l'école polyt. Cahier II. p. 26 u. fg.), eine Reihe von Beobachtungen numerisch dargestellt hat, so läfst sich eine grofse Anzahl von Functionen auffinden, welche diese Beobachtungen ziemlich genau ausdrücken; wir müssen indessen stets die Analogie der verwandten Erscheinungen um Rath fragen, um unter diesen verschiedenen Functionen diejenige auszuwählen, welche der Natur am angemessensten, also die wahrscheinlichste zu seyn scheint. In unserm Falle scheint die Analogie mit den meisten übrigen Erscheinungen der Gasarten und Dämpfe anzuzeigen, dafs wir eine exponentielle Function wählen müssen, und er stellt daher für die Expansivkraft des Wasserdampfes folgende Gleichung auf:

$$z = \mu_{,} \varrho_{,}^{x} + \mu_{,,} \varrho_{,,}^{x} + \mu_{,,,} \varrho_{,,,}^{x}$$

wo x die Temperatur in Graden des Réaumurschen Thermometers, z die Expansivkraft und $\mu_{,}, \mu_{,,}, \mu_{,,,}, \varrho_{,}, \varrho_{,,}, \varrho_{,,,}$ durch die Versuche selbst zu bestimmende constante Gröfsen sind. Als er nun die Beobachtungen, welche Betancourt bei den Temperaturen 0°, 22°, 66°, 88°, 110° R. angestellt hatte, anwendete, so fand er folgende Werthe für diese constanten Gröfsen:

$\varrho_{,} = 1{,}172805$	$\mu_{,} = -0{,}000000724604 07$
$\varrho_{,,} = 1{,}047773$	$\mu_{,,} = +0{,}8648188303$
$\varrho_{,,,} = 1{,}028189$	$\mu_{,,,} = -0{,}8648181057$

Die nach dieser Formel berechneten Werthe stimmen ziemlich mit den von Betancourt beobachteten; da indessen diese Beobachtungen selbst ziemlich ungenau sind, so dürfen wir auf die Richtigkeit dieser constanten Gröfsen keinen grofsen Anspruch machen.

Biot, sich einzig auf die Daltonschen Versuche stützend, schlägt einen ähnlichen aber bequemern Weg ein (Traité T. I. p. 272 fg.). In der obigen Tafel enthält nämlich die dritte Spalte die Factoren, mit welchen man jede Expansivkraft multipliciren mufs, um die zu erhalten, welche der 5° höhern Temperatur entspricht. Wären diese Factoren gleich, so würde die Reihe der Expansivkräfte eine geometrische Progression bilden; aber man sieht sogleich, dafs dieser Factor ziemlich regelmäfsig abnimmt, je höher die Temperatur steigt. Wir wollen nun zuerst die Aenderung im Gesetze dieser Annahme übersehen, und setzen, das Verhältnifs der auf einander folgenden Glieder sey constant und gleich K, wenn man von der höhern Temperatur zu der niedrigern herabgeht. Ist dann für das hunderttheilige Thermometer die Expansivkraft F_n in englischen Zollen diejenige, welche der Temperatur $100^0 - n$ entspricht, so ist

$$F_0 = 30''$$
$$F_1 = 30''. K$$
$$F_2 = 30''. K^2$$

und allgemein

$$F_n = 30''. K^n$$

und $$\log. F_n = \log. 30'' + n \log. K$$

Obgleich nun K keinesweges constant ist, so entfernt sich doch diese Annahme nicht sehr von der Wahrheit, weil das Verhältnifs der Glieder sehr langsam abnimmt. Darnach ist nichts einfacher als dafs man die Abnahme der Logarithmen von F_n durch eine Reihe von Gliedern von der Form $an + bn^2 + cn^3$ darzustellen sucht, wo a, b, c constante Coefficienten sind; man erhält mithin

$$\log F_n = 30'' + an + bn^2 + cn^3.$$

Es ist, wie Biot sagt, unnöthig Potenzen von n zu gebrauchen, welche höher sind als die dritte, weil ihre Coefficienten sehr klein seyn würden. — Um diese Coefficienten a, b, c zu bestimmen, gebraucht er die Expansivkräfte, welche Dalton bei den Temperaturen 100°, 75°, 50° and 25° C beobachtet hatte und findet

$$a = -0{,}01537419550$$
$$b = -0{,}00006742735$$
$$c = +0{,}00000003381$$

Wenn nun aber in diesen von Biot zur Berechnung angewendeten Beobachtungen zufällig mehr oder weniger grofse Beobachtungsfehler liegen, so werden diese auch einen mehr oder weniger grofsen Einfluſs auf die Coefficienten in der obigen Formel haben. Ich hielt es daher für nöthig, mehr Beobachtungen dazu anzuwenden; wenn wir nämlich eine Curve zeichnen, bei welcher die Abscissen die Temperaturen, die Ordinaten dagegen die Expansivkräfte bezeichnen, so finden wir, dafs diese Curve viel Aehnlichkeit mit der logarithmischen Linie hat; bei niedern Temperaturen sind die Ordinaten sehr klein, so

wie wir aber zu höhern Temperaturen gehen, so wachsen die Ordinaten sehr schnell; hier leuchtet offenbar sogleich die Schwierigkeit ein, die grösern Ordinaten mit Hülfe der kleinern zu bestimmen, denn so wie sich der Werth der kleinern Ordinaten nur um ein weniges ändert, so hat dieses einen bedeutenden Einfluss auf die grösern. Daher habe ich zur Entwickelung des Gesetzes die Beobachtungen zwischen 0 und 80° R. von 5 zu 5° R. angewendet; von den Beobachtungen über 80° R. hielt ich keine einzige zur Berechnung dienlich, da hier die Beobachtungsfehler wegen der grösern Aenderung der Expansivkraft immer grösser und einflussreicher auf die Formel werden müssen; sie können daher höchstens zur Prüfung der Formel dienen.

Da ich die Expansivkraft durch Pariser Zolle, die Temperatur durch das Réaumursche Thermometer ausdrücke, so verwandelt sich die Formel Biot's in folgende:

$$\log. F_n = \log. 336''' + an + bn^2 + cn^3 \text{ oder}$$
$$o = -\log. F_n + 2,5263393 + an + bn^2 + cn^3.$$

Auf diese Art erhalten wir folgende sechszehn Gleichungen:

$$o = 2,2037066 + 80a + 80^2 b + 80^3 c$$
$$o = 2,0362403 + 75a + 75^2 b + 75^3 c$$
$$o = 1,8614154 + 70a + 70^2 b + 70^3 c$$
$$o = 1,6827328 + 65a + 65^2 b + 65^3 c$$
$$o = 1,5230511 + 60a + 60^2 b + 60^3 c$$
$$o = 1,3703053 + 55a + 55^2 b + 55^3 c$$
$$o = 1,2178389 + 50a + 50^2 b + 50^3 c$$
$$o = 1,0700796 + 45a + 45^2 b + 45^3 c$$
$$o = 0,9327099 + 40a + 40^2 b + 40^3 c$$

$$0 = 0{,}7933508 + 35a + 35^2 b + 35^3 c$$
$$0 = 0{,}6642020 + 30a + 30^2 b + 30^3 c$$
$$0 = 0{,}5413891 + 25a + 25^2 b + 25^3 c$$
$$0 = 0{,}4248054 + 20a + 20^2 b + 20^3 c$$
$$0 = 0{,}3118159 + 15a + 15^2 b + 15^3 c$$
$$0 = 0{,}2016392 + 10a + 10^2 b + 10^3 c$$
$$0 = 0{,}0976684 + 5a + 5^2 b + 5^3 c$$

Um dieses mehr als bestimmte Problem aufzulösen, wollen wir uns der von Gaufs aufgestellten Methode der kleinsten Quadrate bedienen. Haben wir nämlich folgende Gleichungen

$$v = -m + ap + bq + cr + \ldots\ldots$$
$$v' = -m' + a'p + b'q + c'r + \ldots\ldots$$
$$v'' = -m'' + a''p + b''q + c''r + \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

wo p, q, r die durch die Beobachtung zu bestimmenden Gröfsen sind, so findet man die wahrscheinlichsten Werthe dieser Gröfsen, wenn man

$$P = av + a'v' + a''v'' + a'''v''' + \ldots\ldots$$
$$Q = bv + b'v' + b''v'' + b'''v''' + \ldots\ldots$$
$$R = cv + c'v' + c''v'' + c'''v''' + \ldots\ldots$$

setzt und aus diesen Gleichungen die Gröfsen p, q, r durch Elimination bestimmt. Weil nun $v = v' = v'' \ldots = 0$, so ist auch $P = Q = R \ldots = 0$; wir erhalten daher folgende drei Gleichungen.

$$0 = 958{,}7011870 + 37400a + 2312000b + 152405000c$$
$$0 = 60290{,}5883250 + 2312000a + 152405000b + 10461800000c$$
$$0 = 4019380{,}7585500 + 152405000a + 10461800000b + 738439625000c$$

Wenn wir diese Gleichungen auflösen, so ergiebt sich

$$a = -0{,}01907612588$$
$$b = -0{,}00010296015$$
$$c = -0{,}00000004731$$

und mithin

$$\log. F_n = 2{,}5263393 - 0{,}019076\,12588\,n - 0{,}000\,1029\,6015\,n^2 - 0{,}000\,000\,0473\,1\,n^3$$

wo also n der Abstand der Temperatur, für welche die Expansivkraft des Wassers gesucht wird, vom Siedepunkte des Wassers in Graden des Réaumurschen Thermometers ist und für Grade unter 80° positiv, über 80° dagegen negativ ist. Wenn man hier die Expansivkraft von 5 zu 5° berechnet und die berechneten Werthe mit den beobachteten zusammenstellt, so ergiebt sich folgende Tafel:

Temperatur	Expansivkraft beobachtet	Expansivkraft berechnet	Unterschied Paris. Linien	Unterschied Grade
0°	2‴,102	2‴,075	— 0‴,027	— 0°,136
5	3, 091	3, 137	+ 0, 046	+ 0, 182
10	4, 623	4, 680	+ 0, 057	+ 0, 198
15	6, 976	6, 893	— 0, 083	— 0, 152
20	10, 076	10, 021	— 0, 055	— 0, 075
25	14, 323	14, 382	+ 0, 059	+ 0, 057
30	20, 347	20, 381	+ 0, 034	+ 0, 024
35	28, 593	28, 511	— 0, 082	— 0, 043
40	39, 231	39, 403	+ 0, 172	+ 0, 068
45	54, 074	53, 768	— 0, 306	— 0, 091
50	72, 801	72, 463	— 0, 338	— 0, 079
55	96, 594	96, 460	— 0, 134	— 0, 025
60	126, 338	126, 840	+ 0, 502	+ 0, 075
65	163, 879	164, 768	+ 0, 889	+ 0, 105
70	211, 203	211, 463	+ 0, 260	+ 0, 025
75	268, 331	268, 151	— 0, 180	— 0, 014
80	336, 000	336, 000	0, 000	0, 000
85	425, 33	416, 056	— 9, 27	— 0, 489
90	525, 29	509, 192	— 16, 10	— 0, 734
95	644, 56	615, 850	— 28, 71	— 1, 813
100	789, 05	736, 302	— 52, 75	— 1, 720
105	948, 79	870, 225	— 78, 56	— 2, 141
110	1155, 9	1016, 803	—139, 1	— 3, 400
115	1358, 0	1174, 643	—183, 4	— 4, 020
120	1612, 1	1341, 763	—270, 3	— 5, 320

Wenn wir in dieser Tafel die berechneten Werthe mit den beobachteten vergleichen, so finden wir, dafs die berechneten Expansivkräfte bei Temperaturen unter 80° bald gröfser bald kleiner sind als die beobachteten, und dafs alle Unterschiede etwa innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler liegen. Ueber 80° dagegen sind die berechneten Werthe weit kleiner als die beobachteten. Um nun eine Formel zu erhalten, welche auch bei diesen höhern Temperaturen eine gröfsere Genauigkeit gewährte, so wählte ich eine Gleichung mit vier Gliedern, nämlich

$$\log. F_n = \log. 336''' + an + bn^2 + cn^3 + dn^4.$$

Wenn bei diesen Gleichungen das obige Verfahren des Hofrath Gaufs angewendet wurde, so ergab sich

$$0 = 958,7011870 + 37400\,a + 2312000\,b + 152405000\,c + 10461800000\,d$$
$$0 = 60290,5883250 + 2312000\,a + 152105000\,b + 10461800000\,c + 738459625000\,d$$
$$0 = 4019380,7585500 + 152405000\,a + 10461800000\,b + 738439625000\,c + 53191850000000\,d$$
$$0 = 278112209,6008750 + 10461800000\,a + 738439625000\,b + 53191850000000\,c + 3891192531250000\,d$$

Wenn wir diese Gleichungen auflösen, so ist

$$a = -0,01950230219$$
$$b = -0,00007404868$$
$$c = +0,00000066252$$
$$d = +0,00000000399$$

und

$$\log. F_n = 2,5263393 - 0,01950230219\,n - 0,00007404868\,n^2 - 0,00000066252\,n^3 + 0,00000000399\,n^4$$

Wenn wir die Expansivkraft des Wasserdampfes nach der eben entwickelten Formel von 5 zu 5° des Reaumurschen Thermometers berechnen, so ergiebt sich folgende Tafel:

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied	
	beobachtet	berechnet	Paris. Linien	Thermgr.
0°	2‴,102	2‴,073	— 0‴,029	—0°,147
5	3, 091	3, 119	+ 0, 028	+0, 111
10	4, 623	4, 624	+ 0, 001	0, 000
15	6, 976	6, 842	— 0, 134	—0, 246
20	10, 076	9, 961	— 0, 115	—0, 156
25	14, 323	14, 323	0, 000	0, 000
30	20, 347	20, 288	— 0, 059	—0, 041
35	28, 593	28, 497	— 0, 096	—0, 051
40	39, 231	39, 409	+ 0, 178	+0, 070
45	54, 074	53, 782	— 0, 292	—0, 087
50	72, 801	72, 434	— 0, 367	—0, 081
55	96, 594	96, 319	— 0, 275	—0, 051
60	126, 338	126, 186	— 0, 152	—0, 023
65	163, 879	164, 101	+ 0, 222	+0, 026
70	211, 203	210, 513	— 0, 690	—0, 066
75	268, 331	267, 237	— 1, 093	—0, 096
80	336, 000	336, 000	0, 000	0, 000
85	424, 33	418, 875	— 6, 46	—0, 341
90	525, 29	518, 274	— 7, 02	—0, 320
95	644, 56	637, 751	— 6, 81	—0, 258
100	789, 05	781, 097	— 7, 95	—0, 261
105	948, 79	953, 957	+ 5, 17	+0, 141
110	1155, 9	1163, 736	+ 7, 8	+0, 191
115	1358, 0	1421, 055	+ 63, 0	+1, 383
120	1612, 1	1740, 133	+128, 0	+2, 519

Die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Elasticitäten sind hier sowohl über als unter dem Siedepunct des Wassers kleiner als bei der ersten Formel; über demselben sind sie sowohl positiv als negativ. Die einzigen Unterschiede von Bedeutung sind die bei den Tem-

peraturen von 115° und 120°; wenn man indessen bedenkt, wie höchst schwierig es ist, diese grofse Elasticität zu messen, wo einem geringen Unterschiede in der Temperatur eine grofse Aenderung der Expansivkraft entspricht, so läfst sich diese Abweichung des berechneten Werthes von dem beobachteten wohl entschuldigen, ohne zu sehr gegen die Genauigkeit der Formel zu sprechen; zumal da wir bei diesen hohen Temperaturen nur die Beobachtungen von Ure haben, ohne dafs wir diese mit den von andern Experimentatoren gefundenen Gröfsen vergleichen können.

Ehe ich jetzt weiter gehe, will ich noch einige Formeln untersuchen, welche andere Physiker für die Expansivkraft der Wasserdämpfe gegeben haben; ich werde mich jedoch darauf einschränken, die Formeln von Biot, Paucker und Mäyer einer nähern Prüfung zu unterwerfen.

Biot leitete seine schon oben erwähnte Formel aus den Beobachtungen Dalton's her. Ist hier nämlich n der Abstand der Temperatur, für welche die Expansivkraft des Wasserdampfes gesucht wird, vom Siedepuncte des Wassers in Graden des hunderttheiligen Thermometers, so erhält er folgende Gleichung für den Logarithmus der durch englische Zolle ausgedrückten Quecksilbersäule:

$$\log. F_n = \log. 30 - 0{,}01537415\,50\,n - 0{,}00006742735\,n^2 + 0{,}00000003381\,n^3$$

oder wenn wir die Temperatur durch das Reaumursche Thermometer ausdrücken

$$\log. F_m = \log. 30 - 0{,}01537419\,55 \cdot \tfrac{5}{4} m - 0{,}00006742735 \times (\tfrac{5}{4} m)^2 + 0{,}00000003381\,(\tfrac{5}{4} m)^3$$

$= \log. 30 - 0{,}01921\,7744375\,m - 0{,}000105355225.\,m^2 + 0{,}000000066225\,m^3.$

Folgende Tafel enthält die beobachteten und die von mir nach Biot's Formel berechneten Expansivkräfte in englischen Zollen für jeden fünften Grad des Reaumürschen Thermometers:

Temperatur	Elasticität beobachtet	Elasticität berechnet	Unterschied Zolle	Unterschied Temperaturgrade
0°	0″,200	0″,200	0″,000	0°,000
5	0, 297	0, 295	— 0, 002	— 0, 086
10	0, 435	0, 435	0, 000	0, 009
15	0, 630	0, 632	+ 0, 002	+ 0, 043
20	0, 910	0, 910	0, 000	0, 000
25	1, 290	1, 296	+ 0, 006	+ 0, 066
30	1, 820	1, 824	+ 0, 004	+ 0, 032
35	2, 540	2, 554	+ 0, 014	+ 0, 083
40	3, 500	3, 500	0, 000	0, 000
45	4, 760	4, 767	+ 0, 007	+ 0, 024
50	6, 450	6, 879	+ 0, 429	+ 1, 130
55	8, 550	8, 548	— 0, 002	— 0, 004
60	11, 250	11, 250	0, 000	0, 000
65	14, 600	14, 906	+ 0, 306	+ 0, 405
70	18, 800	18, 814	+ 0, 014	+ 0, 015
75	24, 000	23, 901	— 0, 099	— 0, 088
80	30, 000	30, 000	0, 000	0, 000

Man sieht, dafs hier zwischen den beobachteten und den durch Berechnung erhaltenen Längen der Quecksilbersäule, welche der entwickelten Dampfmenge das Gleichgewicht hält, eine recht gute Uebereinstimmung herrscht.

Dieselben Beobachtungen Dalton's legte Paucker seinen Untersuchungen über die Expansivkraft der Wasserdämpfe als Elemente zum Grunde. Er entwickelt in seinem Programme „Ueber

die Anwendung der Methode der kleinsten Quadratsummen auf physikalische Beobachtungen" (Mitau 1819. 4. p. 26 — 32) zwei Formeln, um vermittelst derselben die Höhe der Quecksilbersäule herzuleiten, welche mit den im Vacuo befindlichen Wasserdämpfen im Gleichgewichte steht. Wird die Länge dieser Säule in englischen Zollen mit h bezeichnet und ist t die zugehörige Temperatur in Graden des Reaumürschen Thermometers, so ist nach seiner ersten Formel

$$\log. h = \log. 30 - 0{,}019127878274\,(80 - t) - 0{,}0001096547488\,(80 - t)^2 + 0{,}00000010953936\,(80 - t)^3 \qquad (A)$$

In seiner zweiten Formel bestimmt er nicht den Logarithmus von h, wie dieses durch alle bisher erwähnten geschah, sondern er bestimmt h selbst. Es ist nämlich nach derselben

$$h = 30''.10^{(t-80).0{,}019469396.10^{-(t-80).0{,}00188201272}} \qquad (B)$$

Die beiden folgenden Tafeln enthalten eine Vergleichung der von Paucker nach diesen Formeln berechneten Werthen von h mit den durch Beobachtung gefundenen für jeden fünften Grad des Reaumürschen Thermometers.

Formel A.

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied	
	beobachtet	berechnet	Zolle	Temperaturgrade
0°	0″,200	0″,2001	+0″,0001	+0°,010
5	0, 297	0, 2964	—0, 0006	—0, 026
10	0, 435	0, 4349	—0, 0001	—0, 006
15	0, 630	0, 6318	+0, 0018	+0, 038
20	0, 910	0, 9085	—0, 0015	—0, 023
25	1, 290	1, 2930	+0, 0030	+0, 033
30	1, 820	1, 8209	+0, 0009	+0, 008
35	2, 540	2, 5368	—0, 0032	—0, 019
40	3, 500	3, 4960	—0, 0040	—0, 018
45	4, 760	4, 7645	+0, 0045	+0, 015
50	6, 450	6, 4203	—0, 0297	—0, 784
55	8, 550	8, 5527	+0, 0027	+0, 056
60	11, 250	11, 2610	+0, 0110	+0, 018
65	14, 600	14, 6521	+0, 0521	+0, 069
70	18, 800	18, 8359	+0, 0359	+0, 038
75	24, 000	23, 9196	—0, 0804	—0, 072
80	30, 000	30, 0000	0, 0000	0, 000

Formel B.

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied	
	beobachtet	berechnet	Zolle	Temperaturgrade
0°	0″,200	0″,1880	—0″,0120	—0°,700
5	0, 297	0, 2858	—0, 0112	—0, 476
10	0, 435	0, 4278	—0, 0072	—0, 216
15	0, 630	0, 6308	+0, 0008	+0, 017
20	0, 910	0, 9164	+0, 0064	+0, 097
25	1, 290	1, 3125	+0, 0225	+0, 247
30	1, 820	1, 8541	+0, 0341	+0, 273
35	2, 540	2, 5844	+0, 0444	+0, 264
40	3, 500	3, 5559	+0, 0559	+0, 252
45	4, 760	4, 8316	+0, 0716	+0, 243
50	6, 450	6, 4856	+0, 0356	+0, 094
55	8, 550	8, 6034	+0, 0538	+0, 112
60	11, 250	11, 2834	+0, 0334	+0, 055
65	14, 600	14, 6375	+0, 0375	+0, 050
70	18, 800	18, 3571	—0, 4429	—0, 471
75	24, 000	23, 8584	—0, 1416	—0, 126
80	30, 000	30, 0000	0, 0000	0, 000

Man sieht, dafs beide Formeln der Natur sehr gut entsprechen; indessen sind die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Gröfsen bei der Formel A kleiner, als dieses bei der Formel B der Fall ist; aus diesen Grunde giebt Paucker selbst (p. 31) jener Formel den Vorzug vor dieser.

Bei diesen Untersuchungen, so wie denen von Soldner, Tralles, Laplace und mehreren andern wurden gröfstentheils die Versuche Dalton's zum Grunde gelegt; es waren diese die ersten, welche eine hinreichende Uebereinstimmung unter einander zeigten; sie waren mit grofser Umsicht angestellt, und die Gesetze, welche der Verfasser daraus über die Theorie der Wärme herleitete, erhielten mehr oder weniger den Beifall der Physiker. Die oben mitgetheilten Formeln waren ferner rein empirisch; man ging nur davon aus, dafs die Elasticität der Dämpfe durch eine Exponentialfunction dargestellt werden müsse. Herr Hofrath Mayer theilte in einer Sitzung der königlichen Societät zu Göttingen am 10. Junius 1809 eine neue Formel mit, welche mehr auf theoretische Gründe gestützt schien (siehe Commentatio de lege vis elasticae vaporum, auctore Joh. Tobia Mayer, in den Commentationes societatis regiae scientiarum Gottingensis recentiores Vol. I. ad Ann. 1808 — 1811. p. 1 — 40) und welche mehr oder weniger von den Physikern als die einzig richtige angesehen wurde. Der Verfasser glaubte, dafs die Versuche von Dalton keinesweges dazu geeignet wären, um ein allgemeines Gesetz über

die Elasticität der Wasserdämpfe aus denselben herzuleiten; der sich durch seine Einfachheit allerdings empfehlende Apparat des englischen Physikers gebe nämlich die gesuchte Gröfse keineswegesgenau; denn da sich das Thermometer nicht in den Dämpfen selbst befand, so erhielt er nur die Temperatur des umgebenden Wassers, keineswegesdie des Dampfes; das Glas sey aber ein so schlechter Wärmeleiter, dafs hier fünf oder noch mehr Minuten nöthig seyen, wenn das verdunstende Wasser dieselbe Temperatur haben sollte als das erwärmende. Ferner wird Dalton getadelt, dafs er nicht auf die Ausdehnung des Quecksilbers durch Erwärmung geachtet habe; ich habe indessen schon oben erwähnt, dafs es sehr schwierig seyn möchte, die deshalb nöthige Correction anzubringen; ja ich glaube, dafs alle Versuche selbst noch an zu vielen Beobachtungsfehlern leiden, als dafs es schon nöthig sey auf diese so kleine Gröfse Rücksicht zu nehmen. Endlich könnte bei der Methode, welche Dalton anwendete, um das in Dampf verwandelte Fluidum über das Quecksilber zu bringen, sehr leicht Wasser zwischen den Wänden der Röhre und dem Quecksilber bleiben, welches dann selbst in Dampfform übergehend, die Continuität der messenden Säule aufhebe. Daher begreift Mayer nicht die Uebereinstimmung der Versuche Dalton's und vermuthet, dafs dieselben etwas corrigirt seyen. Dafs dieser letztere Einwurf wahr sey, dafs die Säule getrennt worden sey, läfst sich von einem so gewandten Experimentator als Dalton schwer-

lich behaupten. Wenn die Continuität des Quecksilbers wirklich aufgehoben war, so liefs sich erwarten, dafs er dahin streben würde, die Dämpfe über dasselbe zu bringen. Und gesetzt, die Säule wäre in mehrere Stücke getheilt worden, so wäre der dadurch entstehende Fehler gewifs unbedeutend gewesen. Denn da die Gase nicht durch ihr Gewicht, sondern durch ihre Elasticität einen Druck ausüben, so wäre der Gegendruck der zwischen dem Quecksilber befindlichen Dampfmenge dem auf sie ausgeübten Drucke gleich gewesen, die der Elasticität das Gleichgewicht haltende Kraft wäre also dieselbe geblieben.

Aus den erwähnten Gründen zog Mayer die Versuche von Schmidt vor, weil hier die Temperatur, welche das Thermometer angab, auch die der Dämpfe war; da indessen Schmidt glaubte, dafs bei der Temperatur des thauenden Eises keine Dämpfe gebildet würden und die von ihm gefundenen Gröfsen unter 20° zu klein sind, so stellte Mayer bei diesen eigne Versuche an, welche er bei Herleitung des Gesetzes zum Grunde legte.

Ich will hier in der Kürze den Weg Mayer's bei diesen Untersuchungen angeben. Die Elasticität der Dämpfe steht im zusammengesetzten Verhältnisse der Wärme und Dichtigkeit derselben; wird also die Elasticität mit E, ε; die Dichtigkeit mit D, δ, und die Wärme mit V, v bezeichnet, so verhält sich

$$E : \varepsilon = DV : \delta v.$$

Wenn nun U und u die Volumina eines trocknen Gases bei den Temperaturen V und v bezeichnen, so verhält sich

$$V : v = U : u;$$

es ändert sich mithin die obige Proportion in folgende.

$$E : e = DU : du.$$

Wird das Volumen der trockenen Luft bei der Temperatur des thauenden Eises gleich 1 gesetzt, so ist dieses bei der Temperatur t gleich $1 + \frac{t}{213}$; setzen wir mithin $U = 1 + \frac{T}{213}$ und $u = 1 + \frac{t}{213}$, bezeichnen ferner den Bruch $\frac{1}{213}$ mit A, so erhalten wir

$$E : e = D(1 + AT) : \delta(1 + At)$$

Das schwierigste bei der Entwickelung dieser Formel ist die Bestimmung der Gröfsen D und δ. Dafs die Dichtigkeit der Dämpfe, also ihre Menge, von der Temperatur abhängt, dafs mithin δ eine Function von t ist, bedarf wohl keines Beweises. Wir wissen nur, dafs δ zugleich mit t gröfser wird; wenn wir ferner die zusammengehörigen Differenzen von δ und t mit $\Delta\delta$ und Δt bezeichnen, so wächst $\Delta\delta$ schneller als Δt, weil die Cohäsion zwischen den Theilen des Wassers weit schneller abnimmt, also die Dampfentwickelung weit leichter erfolgt, so wie die Temperatur zunimmt; indessen mufs $\Delta\delta$ für ein gewisses Δt wieder abnehmen, denn wenn die Dämpfe schon eine bedeutende Dichtigkeit erlangt haben, so üben sie einen solchen Druck auf das verdunstende Fluidum aus, dafs bei wachsendem Drucke die Theile stets einen gröfsern oder geringern Widerstand gegen die

Verdampfung erleiden. Daher mufs die Function von t, welche den Werth von δ giebt, so beschaffen seyn, dafs sie mit der Temperatur selbst wächst, aber bei sehr grofsem t sich immer mehr einer constanten Gröfse nähert; sie mufs ferner so beschaffen seyn, dafs sie für $t = 0^\circ$ R. noch Dichtigkeit und Elasticität des Dampfes giebt.

Von diesen Principien ausgehend, glaubt Mayer, es sey

$$\delta = e^{\frac{\alpha}{\frac{\gamma}{1+At}}} \text{ oder } \delta = e^{\frac{\alpha}{\frac{\gamma}{(1+At)^m}}}$$

wo α, γ und m durch die Versuche näher zu bestimmende constante Gröfsen sind, während e die Basis der hyperbolischen Logarithmen bezeichnet. Dieser Ausdruck genügt den obigen Forderungen; denn ist $t = o$, so ist $\delta = e^{\frac{\alpha}{\gamma}}$; wächst t, so wächst auch δ, und ist t unendlich grofs, so ist $\delta = \alpha$, also constant.

Da nun die Expansivkraft sich verhält wie $\delta(1+At)$, so können wir setzen, es sey

$$s = \mu\delta(1+At)$$

wo μ eine constante durch die Versuche näher zu bestimmende Gröfse ist. Wird hier für δ sein eben gefundener Ausdruck substituirt, so ist

$$s = \mu\alpha(1+At)\, e^{-\frac{\gamma}{(1+At)^m}}$$

Soll dieser Ausdruck den Beobachtungen genügen, so mufs $m = 1$ seyn, was Mayer auf folgende Art beweist. Sind s' und s'' die Expansivkräfte bei den Temperaturen t' und t'', so ist

$$s' = \mu\alpha(1+At') \cdot e^{-\frac{\gamma}{(1+At')^m}}$$

$$s'' = \mu\alpha(1+At'') \cdot e^{-\frac{\gamma}{(1+At'')^m}}$$

hieraus ergiebt sich

$$\frac{s''(1+At')}{s'(1+At'')} = e^{\gamma\left\{\frac{1}{(1+At')^m} - \frac{1}{(1+At'')^m}\right\}}$$

Setzen wir $\frac{s'(1+At')}{s''(1+At'')} = M$, so ist

$$\log M = \gamma\left\{\frac{1}{(1+At')^m} - \frac{1}{(1+At'')^m}\right\} \log e$$

Wird nun angenommen, dafs der Temperatur t''' die Expansivkraft s''' entspreche, so ergiebt sich ganz auf ähnliche Art

$$\frac{s'''(1+At')}{s'(1+At''')} = e^{\gamma\left\{\frac{1}{(1+At')^m} - \frac{1}{(1+At''')^m}\right\}}$$

oder wenn $\frac{s'''(1+At')}{s'(1+At''')} = N$ gesetzt wird,

$$\log N = \gamma\left\{\frac{1}{(1+At')^m} - \frac{1}{(1+At''')^m}\right\} \log e;$$

wenn daher beide Ausdrücke durch einander dividirt werden

$$\frac{\log M}{\log N} = \frac{\frac{1}{(1+At')^m} - \frac{1}{(1+At'')^m}}{\frac{1}{(1+At')^m} - \frac{1}{(1+At''')^m}} = \frac{1 - \left(\frac{1+At'}{1+At''}\right)^m}{1 - \left(\frac{1+At'}{1+At'''}\right)^m}$$

Nehmen wir an, es sey $m = 1$, so ergiebt sich nach den nöthigen Reductionen

$$\frac{\log M}{\log N} = \frac{t''-t'}{t'''-t'} \cdot \frac{1+At'''}{1+At''}$$

Um nun zu prüfen, ob diese Hypothese wirklich der Natur entspreche, so nimmt Mayer die Beobachtungen Schmidt's bei den Temperaturen von 40°, 60° und 80° R. Hier ist nämlich

$t' = 40°$; $t'' = 60°$; $t''' = 80°$

$s' = 5'',64$; $s'' = 10'',98$; $s''' = 28'',00$

demnach ist

$$\frac{\log M}{\log N} = 0{,}542; \quad \frac{t''-t'}{t'''-t'} \cdot \frac{213+t'''}{213+t''} = 0{,}537$$

Der Unterschied 0,005 ist, wie Mayer bemerkt, so klein, dafs er seinen Grund in den Beobachtungsfehlern haben kann, so dafs der Werth $m=1$ der Natur zu entsprechen scheint. Darnach ist

$$s = \mu\alpha(1+At)\,\delta^{-\frac{\gamma}{1+At}}$$

Nehmen wir die Logarithmen auf beiden Seiten und setzen für A seinen Werth $\frac{1}{213}$, so ist

$$\log s = \log\frac{\mu\alpha}{213} + \log(213+t) - \frac{213\gamma\log e}{213+t}$$

Da hier $\log\frac{\mu\alpha}{213}$ und $213\gamma\log e$ constante, durch die Versuche näher zu bestimmende Gröfsen sind, so wollen wir dieselben mit B und C bezeichnen; dann ist

$$\log s = B + \log(213+t) - \frac{C}{213+t}$$

Indem Mayer die Beobachtungen Schmidts bei den Temperaturen 60° und 100° anwendet, wo die Längen der Quecksilbersäulen respective 10″,98 und 67″,00 sind, findet er $B=4{,}24860$; $C=1551{,}09$; mithin ist

$$\log s = 4{,}24860 + \log(213+t) - \frac{1551{,}09}{213+t}$$

Folgende Tafel enthält die Vergleichung der berechneten Expansivkräfte mit den beobachteten; nur die bei 0° und 10° R. durch Versuche gefundenen rühren vom Mayer her, die übrigen sind die von Schmidt.

diese zur Bestimmung der Fehler der Formeln nicht mit Sicherheit zu gebrauchen; ich begnüge mich daher mit denen zwischen 0° und 80°. Wenn nun α, β, γ.... die Fehler der einzelnen Beobachtungen sind und N die Anzahl derselben bezeichnet, so ist bekanntlich der wahrscheinliche Fehler einer einzelnen Beobachtung ε''

$$\varepsilon'' = 0{,}6744897\sqrt{\frac{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\ldots}{N}} = 0{,}6744897\sqrt{\frac{S}{N}}$$

wenn die Summe der Quadrate der Fehler mit S bezeichnet wird. (S. Bessel Fundamenta astronomiae pro anno MDCCLV deducta ex observationibus viri incomparabilis James Bradley p. 18. vgl. Littrow theoretische und practische Astronomie Th. I. p. 264.). Nun ist bei meiner ersten Formel

$$\log F_n = 2{,}5263393 - 0{,}01907612588\,n - 0{,}00010296045\,n^2 - 0{,}0000004731\,n^3$$

$$S = 0{,}162479;\ N = 17;\ \text{also } \varepsilon'' = 0^\circ{,}0659$$

Bei meiner zweiten Formel

$$\log F_n = 2{,}5263393 - 0{,}01950230219\,n - 0{,}00007404868\,n^2 - 0{,}00000066252\,n^3 + 0{,}00000000399\,n^4$$

ist $S = 0{,}159472$; $N = 17$; mithin $\varepsilon'' = 0^\circ{,}0652$.

Es ist darnach der Vortheil der letztern Formel bei Temperaturen unter 80° nicht sehr groſs in Vergleich mit der erstern; gehen wir dagegen über 80° hinaus, so ist der Vorzug der letztern bei weitem gröſser. Gehen wir nämlich bis zu der Temperatur von 120°, so ist bei der ersten Formel

$$S = 67{,}777;\ N = 25;\ \text{also } \varepsilon'' = 1^\circ{,}1109;$$

bei der zweiten dagegen ist

$$S = 8{,}82;\ N = 25;\ \text{mithin } \varepsilon'' = 0^\circ{,}4006.$$

Ich habe indessen schon mehrmals erwähnt, wie wenig die Beobachtungen über 80° zu dieser Bestimmung brauchbar sind.

In Biot's Formel

$$\log F_n = \log 30 - 0{,}019217744375\,n$$
$$- 0{,}0001053355225\,n^2 + 0{,}0000000660225\,n^3 \text{ ist}$$
$$S = 1{,}471956;\ N = 17;\ \text{mithin } \varepsilon'' = 0^\circ{,}1984$$

In Paucker's erster Formel

$$\log h = \log 30 - 0{,}019127878274\,n$$
$$- 0{,}0001096547488\,n^2 + 0{,}00000010953936\,n^3 \text{ ist}$$
$$S = 0{,}624826;\ N = 17;\ \text{mithin } \varepsilon'' = 0^\circ{,}1295.$$

In Paucker's zweiter Formel

$$- n.0{,}00188201272$$
$$n\,(0{,}019469396.10$$
$$h = 30''.10 \qquad \text{ist}$$
$$S = 0{,}905389;\ N = 17;\ \text{mithin } \varepsilon'' = 0^\circ{,}1558.$$

Wir sehen hier das bestätigt, was schon Paucker selbst, wie oben erwähnt ist, vermuthete, dafs die erste Formel vor der zweiten den Vorzug verdiene, zugleich ist der wahrscheinliche Beobachtungsfehler nach Paucker's beiden Formeln kleiner als nach der von Biot, was den Vortheil der angewendeten Berechnungsart hinreichend bestätigt. Wird der wahrscheinliche Fehler in den beiden Formeln Paucker's mit dem bei den von mir entwickelten verglichen, so sehen wir hieraus, dafs derselbe bei der meinigen kleiner ist, dafs also die Elemente, welche ich der Berechnung zum Grunde legte, genauer sind, als die blofsen Beobachtungen Dalton's. Es bestätigt dieses den Ausspruch eines unserer achtbarsten Naturforscher, welcher von Dalton's Versuchen sagte: „Man

kann

kann nur Dalton's Tabelle (über die Expansivkraft der Wasserdämpfe) als brauchbar ansehen. Eine solche Tabelle ist zu betrachten als die eigentliche Grundlage der Lehre von der Verdunstung, denn wir werden sehen, daß sich aus derselben, mit Zuziehung einiger andern Gesetze, alle Fragen beantworten lassen, die sich in Ansehung der Menge, der Dichtigkeit und der Ausdehnbarkeit des Dunstes, selbst von andern Flüssigkeiten als Wasser, aufwerfen lassen. Es wäre daher eine Sache von großer Wichtigkeit, eine sehr genaue Tabelle dieser Art zu besitzen, oder noch vielmehr das Gesetz derselben vollständig zu kennen. Das erste kann nicht das Werk eines einzelnen Beobachters seyn; denn sollte eine solche Tabelle das leisten, was die Theorie fordert, so muß sie den Grad von Genauigkeit, den man durch einzelne Beobachtungen erlangen kann, weit übersteigen; ein solcher Grad von Genauigkeit aber kann nur durch äußerst oftmalige Wiederholung eines und desselben Versuches erreicht werden." (E. G. Fischer Darstellung und Kritik der Verdunstungslehre nach den neuesten, besonders den Dalton'schen Versuchen. 8. Berlin 1810. p. 8.)

Weit größer als bei allen frühern Formeln ist der wahrscheinliche Fehler bei der von Mayer gegeben

$$\log \varepsilon = 4{,}2860 + \log(213 + t) - \frac{1551{,}09}{213 + t}.$$

Nehmen wir nämlich nur die Versuche bis zu 80° R., so ist

$$S = 13{,}903701; \quad N = 16; \quad \varepsilon'' = 0°{,}6286.$$

Gehen wir dagegen bis zu 110° R., so ist

$$S = 15,583100;\ N = 22;\ \varepsilon'' = 0°,5679.$$

Ich glaube, dafs dieses aufs neue dasjenige stätigt, was ich schon oben von den Versu Schmidt's gesagt habe, dafs sie nämlich wen brauchbar sind, um daraus ein allgemeines Ge für die Expansivkraft der Dämpfe herzule Die Versuche späterer Naturforscher haben v hinreichend die Genauigkeit der von Dalton a stellten bewiesen, so dafs wir uns hauptsäch auf diese bei unseren Untersuchungen stü müssen. Da sich nun die Formel Mayer's d ihre Einfachheit empfiehlt und man die Expa kraft schnell nach derselben berechnen kann, von dem Verfasser gegebene sich aber zu sehr der Natur entfernt; so habe ich die consta Gröfsen in derselben aufs neue berechnet. N ich nämlich mit Lambert und Gay-Lussac

$A = \frac{1}{215,55}$ an und substituirte in der Formel

$$\log \varepsilon = B + \log (213,33 + t) - \frac{C}{215,55 + t}$$

die oben (S. 41.) gegebenen Werthe von ε $t = 0°$ bis $t = 80°$, reducirte alsdann diese G chungen auf 0; so erhielt ich folgende 17 G chungen:

$$0 = 2,0064282 + B - 9,0046875\ C$$
$$0 = 1,8480144 + B - 0,0045806\ C$$
$$0 = 1,6840232 + B - 0,0044777\ C$$
$$0 = 1,5149565 + B - 0,0043796\ C$$
$$0 = 1,3646824 + B - 0,0042857\ C$$
$$0 = 1,2211447 + B - 0,0041958\ C$$
$$0 = 1,0776953 + B - 0,0041096\ C$$
$$0 = 0,9387695 + B - 0,0040270\ C$$

$$0 = 0{,}8100572 + B - 0{,}0039474\,C$$
$$0 = 0{,}6791863 + B - 0{,}0038710\,C$$
$$0 = 0{,}5583630 + B - 0{,}0037975\,C$$
$$0 = 0{,}4437190 + B - 0{,}0037267\,C$$
$$0 = 0{,}3351464 + B - 0{,}0036585\,C$$
$$0 = 0{,}2300340 + B - 0{,}0035928\,C$$
$$0 = 0{,}1275987 + B - 0{,}0035294\,C$$
$$0 = 0{,}0312206 + B - 0{,}0034682\,C$$
$$0 = -0{,}0589828 + B + 0{,}0034091\,C$$

Wurde hier die Methode der kleinsten Quadratsummen angewendet, so erhielt ich die beiden folgenden Gleichungen

$$0 = 14{,}8130476 + 17\,B - 0{,}0677439\,C$$
$$0 = 0{,}0632367 + 0{,}0677439\,B - 0{,}0002725361\,C,$$

und hieraus

$$B = 5{,}6264001,$$
$$C = 1630{,}5944541;$$

es ist mithin

$$\log \varepsilon = 5{,}6264001 + \log.(213{,}33 + t) - \frac{1650{,}5944541}{215{,}55 + t}.$$

Die folgende Tafel enthält eine Vergleichung der beobachteten Werthe von ε mit den berechneten für jeden fünften Grad des Reaumürschen Thermometers:

Temperatur	Expansivkraft beobachtet	Expansivkraft berechnet	Unterschied Linien	Unterschied Temperaturgrade
0°	2‴,102	2‴,051	— 0‴,051	— 0°,199
5	3, 091	3, 141	+ 0, 050	+ 0, 199
10	4, 623	4, 721	+ 0, 098	+ 0, 252
15	6, 976	6, 975	— 0, 001	— 0, 002
20	10, 076	10, 139	+ 0, 063	+ 0, 086
25	14, 323	14, 515	+ 0, 192	+ 0, 109
30	20, 347	20, 485	+ 0, 138	+ 0, 097
35	28, 593	28, 523	— 0, 070	— 0, 037
40	39, 231	39, 214	— 0, 017	— 0, 007
45	54, 074	53, 274	— 0, 800	— 0, 209
50	72, 801	71, 564	— 1, 237	— 0, 291

Temperatur	Expansivkraft: beobachtet	Expansivkraft: berechnet	Unterschied: Linien	Unterschied: Temperaturgrade
55°	96‴,594	95‴,114	— 1‴,480	—0°,276
60	126, 338	125, 149	— 1, 189	—0, 177
65	163, 879	163, 105	— 0, 774	—0, 091
70	211, 203	210, 662	— 0, 541	—0, 052
75	268, 331	269, 764	+ 1, 433	+0, 115
80	336, 000	342, 648	+ 6, 648	+0, 423
85	425, 33	431, 87	+ 6, 540	+0, 346
90	525, 29	540, 34	+ 15, 05	+0, 678
95	644, 56	671, 34	+ 26, 78	+ 1, 364
100	789, 05	828, 56	+ 39, 41	+ 1, 295
105	948, 79	1016, 1	+ 67, 31	+ 1, 838
110	1155, 9	1238, 6	+ 82, 70	+ 2, 021
115	1358, 0	1501, 0	+143, 0	+ 3, 135
120	1612, 1	1767, 8	+155, 7	+ 3, 064

Werden hier die Gröfsen von 0° bis 80° genommen, so ist

$S = 0{,}620920$; $N = 17$; also $\varepsilon'' = 0°{,}1288$

Gehen wir dagegen bis zu 120°, so ist

$S = 31{,}410521$; $N = 25$; mithin $\varepsilon'' = 0°{,}75604$.

Zwischen 0 und 80 ist also der wahrscheinliche Fehler fast doppelt so grofs als in den beiden von mir oben entwickelten Formeln; zwischen 0 und 120 dagegen liegt er etwa in der Mitte zwischen denen bei derselben. Der erste Unterschied ist allerdings bedeutend, wenn man bedenkt, dafs den drei Formeln dieselben Elemente zu Grunde gelegt sind; obgleich diese Gröfse noch stets innerhalb der Gränzen der nicht zu vermeidenden Beobachtungsfehler liegt und selbst Thermometer von guten Künstlern gröfsere Unterschiede zeigen, als die obigen (s. Bessel astron. Beobachtungen, 7te Abtheilung S. IX.), und da aus den Versuchen

von Deluc und den spätern von Schmidt folgt, dafs sich besonders in höhern Graden die Temperatur des siedenden Wassers nicht bis auf $\frac{1}{10}^{\circ}$ genau bestimmen läfst. Fast möchte ich glauben, dafs die bedeutenden Unterschiede bei der Formel Mayer's in den Grundzügen derselben liegen. Das Problematische in derselben ist die Bestimmung des Ausdruckes für δ. Entspricht wirklich die Function

$$\delta = a\, b^{-\frac{\gamma}{(1+At)^m}}$$

der Natur, oder ist dieses nicht der Fall? Die Gründe für diese Form sind schon oben angegeben worden. Da nämlich die Cohäsion zwischen den Theilchen der Fluida die Dampfentwickelung verhindert, die Cohäsion aber mit Erhöhung der Temperatur schnell abnimmt, so soll bei gröfserer Wärme dem Δt ein gröfseres Δδ entsprechen; bei einer sehr grofsen Hitze dagegen soll δ immer mehr einer constanten Gröfse nahe kommen, weil die grofse Spannkraft der Dämpfe das tropfbare Fluidum wieder zusammendrückt, die Cohäsion dadurch vergröfsert und also der neuen Dampfbildung Widerstand leistet. Indessen möchte sich wohl schwerlich erweisen lassen, dafs dieses Gesetz auch wirklich Statt finde. Zwar nimmt der Druck der Dämpfe mit der Temperatur im hohen Grade zu, aber von der andern Seite ist auch die ausdehnende Kraft der Wärme so grofs, dafs es die Frage ist, ob der Widerstand der Dämpfe nicht überwunden werden sollte. So werden bei der Ausdehnung der tropfbaren Fluida durch Erwärmung, so werden bei der Dampfbildung die stärk-

sten Gefäfse zersprengt: warum sollte es daher hier nicht möglich seyn, dafs die Wärme bei der Aufhebung der Cohäsion den Widerstand der Dämpfe überwinden sollte, dafs sich also stets neue Dämpfe bei grofser Erhöhung der Temperatur bilden sollten?

Die Versuche des Baron Cagniard de la Tour scheinen das eben Gesagte zu bestätigen (Gay-Lussac et Arago Annales des chimie et de physique XXI, 127 — 132 und 178 — 182). Als der erwähnte Gelehrte Aether, Weingeist und einige andere Fluida in verschlossenen luftleeren Glasröhren einer immer höhern Temperatur aussetzte, so dehnten sich dieselben im tropfbaren Zustande immer mehr aus, bis ihr Volumen etwa das Doppelte von dem bei gewöhnlicher Temperatur betrug, worauf sie sich plötzlich in Dämpfe verwandelten und aus der Röhre als tropfbare Flüssigkeiten verschwanden. Die Temperatur, bei welcher Alkohol sich auf diese Art plötzlich in Dampf verwandelte, war 166° R. und der überwundene Druck betrug 119 Atmosphären; beim Aether war die nöthige Wärme die von 128° R. und der Druck der von 37 bis 38 Atmosphären. Wir sehen hier offenbar, dafs diese Fluida, deren Siedepunkte respective bei 30° und 63° R. liegen, durch den Druck der Dämpfe Anfangs am Sieden verhindert werden, dafs derselbe aber endlich von der bei der Dampfbildung wirkenden Kraft überwunden wird. Zwar konnte Cagniard de la Tour es nicht dahin bringen, dieselbe Erscheinung beim Wasser zu sehen, indem die Röhren stets spran-

gen, was er wohl mit Recht dem hiezu nöthigen grofsen Drucke und der Auflösung des im Glase enthaltenen Salzes zuschreibt, da das Glas einige Zeit vor dem Zerspringen trübe wurde; gerade so wie auch Humphry Davy ähnliche Zersetzungen des Glases im Kreise der Voltaischen Säule wahrnahm (Gilbert's Annalen der Physik XXVIII, 1.); wir sind indessen durch Analogie zu dem Schlusse berechtigt, dafs eben dieses auch beim Wasser Statt finde.

Aus diesem Grunde scheint es mir noch keinesweges hinreichend erwiesen, dafs die Function

$$\delta = \alpha . e^{-\frac{\gamma}{(1+At)^m}}$$

der Natur wirklich entspreche. Und angenommen, es habe die erwähnte Function die richtige Gestalt, so ist noch immer die Frage, ob auch $m = 1$ sey. Ich habe oben dafs Verfahren Mayer's bei dem Beweise, dafs $m = 1$ seyn müsse, mitgetheilt; wir wollen indessen, denselben Weg verfolgend, $m = 2$ setzen und zu dem Behufe

$$\frac{1 - \frac{1+At'}{1+At''}}{1 - \frac{1+At'}{1+At'''}} \text{ mit } p, \quad \frac{1 - \left(\frac{1+At'}{1+At''}\right)^2}{1 - \left(\frac{1+At'}{1+At'''}\right)^2} \text{ mit } q$$

bezeichnen. Nehmen wir nun dasselbe Beispiel, welches Mayer zur Bestätigung seiner Behauptung wählte, wo

$$t' = 40° \; ; \; t'' = 60° \; ; \; t''' = 80°$$
$$s' = 5'',64; \; s'' = 10'',98; \; s''' = 28'',00,$$

so ist nach Mayer

$$\frac{\log M}{\log N} = 0{,}542; \; p = 0{,}537, \text{ also } \frac{\log M}{\log N} - p = +0{,}005.$$

Behalten wir nun für A den von Mayer vorgezogenen Werth $\frac{1}{213}$, so ist

$\frac{\log M}{\log N} = 0{,}542$; $q = 0{,}550$, mithin $\frac{\log M}{\log N} - q = -0{,}008$.

Man sieht hieraus, dafs der Fehler bei $m = 2$ fast eben so grofs ist, als bei $m = 1$; wir können demnach nichts Bestimmtes über den Werth von m, also auch über die Function von t sagen, durch welche δ dargestellt wird. Daher scheint es mir, dafs die von Mayer für seine Formel gegebenen Gründe noch eines genauern Beweises bedürfen. Ich glaube daher noch meiner zweiten Formel den Vorzug vor der von mir modificirten Mayerschen geben zu dürfen, da bei jener der wahrscheinliche Beobachtungsfehler nur etwa halb so grofs ist, als bei dieser.

Folgende Tafel enthält die Expansivkraft des Wasserdampfes für jeden Grad des Reaumürschen Quecksilberthermometers von — 20° bis + 120°, berechnet nach der zweiten von mir gegebenen Formel:

Temperatur	Expansivkraft	Temperatur	Expansivkraft
— 20°	0‴,374	8°	1‴,059
19	0, 408	7	1, 154
18	0, 445	6	1, 256
17	0, 486	5	1, 365
16	0, 530	4	1, 486
15	0, 579	3	1, 649
14	0, 632	2	1, 756
13	0, 690	— 1	1, 908
12	0, 752	0	2, 073
11	0, 819	+ 1	2, 252
10	0, 892	2	2, 446
9	0, 972	3	2, 652

Temperatur	Expansivkraft	Temperatur	Expansivkraft
4°	2‴,877	45°	53‴,782
5	3, 119	46	57, 143
6	3, 381	47	60, 687
7	3, 662	48	64, 403
8	3, 963	49	68, 322
9	4, 283	50	72, 434
10	4, 624	51	76, 763
11	5, 016	52	81, 290
12	5, 425	53	86, 075
13	5, 869	54	91, 073
14	6, 337	55	96, 319
15	6, 842	56	101, 81
16	7, 383	57	107, 57
17	7, 970	58	113, 73
18	8, 627	59	119, 89
19	9, 283	60	126, 19
20	9, 961	61	133, 24
21	10, 712	62	140, 56
22	11, 536	63	148, 14
23	12, 408	64	155, 91
24	13, 338	65	164, 10
25	14, 323	66	177, 64
26	15, 384	67	181, 53
27	16, 511	68	190, 79
28	17, 703	69	200, 45
29	18, 930	70	210, 51
30	20, 288	71	220, 98
31	21, 778	72	231, 88
32	23, 161	73	243, 18
33	24, 937	74	254, 97
34	26, 665	75	267, 24
35	28, 497	76	279, 58
36	30, 540	77	292, 81
37	32, 795	78	306, 93
38	34, 977	79	321, 93
39	37, 033	80	336, 00
40	39, 409	81	351, 37
41	41, 973	82	367, 33
42	44, 692	83	383, 89
43	47, 567	84	401, 08
44	50, 590	85	418, 88

Temperatur	Expansivkraft	Temperatur	Expansivkraft
86°	437‴,36	104°	916‴,70
87	456, 52	105	953, 96
88	476, 40	106	992, 71
89	496, 95	107	1032, 9
90	518, 27	108	1074, 9
91	540, 47	109	1118, 3
92	563, 49	110	1163, 7
93	587, 39	111	1211, 1
94	613, 11	112	1260, 5
95	637, 75	113	1311, 6
96	664, 39	114	1365, 2
97	691, 89	115	1421, 1
98	720, 56	116	1479, 4
99	749, 74	117	1540, 4
100	781, 10	118	1604, 2
101	813, 10	119	1670, 8
102	846, 37	120	1740, 1
103	880, 80		

Ich will hier noch eine andere Tafel hinzufügen, welche umgekehrt zeigt, welche Temperaturen das siedende Wasser bei gegebenen Barometerständen hat:

Barometer	Siedepunkt	Barometer	Siedepunkt
342‴	80°,396	330‴	79°,599
341	80, 330	329	79, 532
340	80, 264	328	79, 465
339	80, 198	327	79, 397
338	80, 132	326	79, 329
337	80, 066	325	79, 261
336	80, 000	324	79, 192
335	79, 934	323	79, 124
334	79, 867	322	79, 055
333	79, 800	321	78, 986
332	79, 733	320	78, 917
331	79, 666	319	78, 848

Barometer	Siedepunkt	Barometer	Siedepunkt
318‴	78°,779	308‴	78°,078
317	78, 710	307	78, 007
316	78, 640	306	77, 935
315	78, 570	305	77, 863
314	78, 500	304	77, 791
313	78, 430	303	77, 719
312	78, 360	302	77, 647
311	78, 290	301	77, 574
310	78, 220	300	77, 501
309	78, 149	299	77, 428

Berzelius sagt in einem seiner neuesten Jahresberichte über die Fortschritte der Physik und Chemie, es wäre wünschenswerth gewesen, wenn ich in meiner Formel die Temperatur durch das hunderttheilige Thermometer, die Länge der mit der Elasticität des Dampfes im Gleichgewicht stehenden Quecksilbersäule aber durch Millimeter ausgedrückt hätte. Ich will daher den Ausdruck für die gesuchte Gröfse so umbilden, dafs die Länge in Millimetern als eine Function der Temperatur nach dem hunderttheiligen Thermometer gegeben wird. Nun ist $336''' = 0^m, 75796$; setzen wir also diese Gröfse statt 336‴ in unsere Formel, so ist

$$\log F_n = 0{,}8796463 - 1 - 0{,}01950230219\,n - 0{,}00007404868\,n^2 - 0{,}00000066252\,n^3 + 0{,}00000000399\,n^4,$$

wo indessen die Temperatur noch durch das Reaumürsche Thermometer ausgedrückt wird. Setzen wir nun zunächst $1°\,C. = \frac{4}{5}°\,R.$, so verwandelt sich die eben mitgetheilte Formel in folgende, in welcher der Temperaturabstand von dem Siedepunkte des Wassers mit N bezeichnet wird:

$$\log F_x = 0{,}8796463 - 1 - 0{,}01760184175\,N - 0{,}00004739116\,N^2 - 0{,}00000033921\,N^3 + 0{,}00000000163\,N^4.$$

Indessen ist hier noch eine kleine Correction wegen der Siedepunkte an beiden Thermometern anzubringen; indem dieser Punkt an den hunderttheiligen bei meinem Barometerstande von $0^m, 76 = 336''',9049$ bestimmt wird, während dieses an dem Reaumürschen bei $336'''$ geschieht. Nach der vorher mitgetheilten Tafel ist die Temperatur des bei einem Barometerstande von $336''',905$ siedenden Wassers nahe $80°,066$ R. oder $100°,075$ C. Wenn wir daher das Intervall des Reaumürschen Thermometers in 100 Grade theilen und diese Grade mit N bezeichnen, während die des hunderttheiligen bei gleicher Temperatur durch n ausgedrückt werden, so können wir allgemein

$$N = \alpha + \beta n$$

setzen, wo α und β noch näher zu bestimmende constante Gröfsen sind. Ist nun

$$N = 0, \text{ so ist } n = 0{,}075$$
$$N = 100 - - n = 100,$$

da die Temperaturen des thauenden Eises beiden gemeinschaftlich sind. Werden diese beiden Werthe von N und n in die obige allgemeine Gleichung gesetzt, so ist

$$0 = \alpha + 0{,}075\,\beta$$
$$100 = \alpha + 100\,\beta$$

und hieraus ergiebt sich

$$\beta = 0{,}0007506; \quad \alpha = -0{,}075056295;$$

mithin ist

$$N = 1{,}0007506\,n - 0{,}075056295.$$

Wird dieser Werth von N in die obige Gleichung substituirt so verwandelt sich dieselbe in

$$\log F_n = 0{,}8809675 - 1 - 0{,}01760794368\,n - 0{,}00004738468\,n^2 - 0{,}0000003397453\,n^3 + 0{,}0000000001634\,n^4.$$

Ich will hier zum Schlusse noch einige Bemerkungen über die Anwendung der obigen Tafel auf die Hygrometrie mittheilen. Die ältern Physiker schrieben bekanntlich die Bildung der Dämpfe einer auflösenden Kraft der Luft zu, sie betrachteten den ganzen Prozefs der Verdampfung als einen chemischen. Natürlich war hier die Folgerung, dafs verschiedene Luftarten auch eine verschiedene auflösende Kraft auf das Wasser äufsern mufsten; zugleich ergab sich aus dieser Theorie, dafs im luftleeren Raume gar keine Dämpfe existiren könnten. Als daher Wallerius und mehrere andere Gelehrte gefunden hatten, dafs sich auch im luftleeren Raume Dämpfe bilden könnten, so waren sie nicht wenig über dies Phänomen erstaunt. Der erwähnte Gelehrte folgerte daher aus seinen Versuchen, dafs bei der Bildung der Dämpfe eine abstofsende Kraft wirken müsse; er sagt nämlich (Abhandlungen der Schwedischen Akademie von Kästner, für 1746. Bd. IX. p. 276.): „Es ist sehr wahrscheinlich, wenn flüssige oder andere Körper, von der Wärme, von der Gährung oder einer andern Ursache in eine Bewegung gebracht werden, dafs ihre kleinen Theilchen, die vorhin vermittelst der anziehenden Kraft zusammenhingen, nur aufser der Wirksamkeit ihres gegenseitigen Anziehens gebracht werden, und dafs

sie solchergestalt die zurücktreibende Kraft als Dünste ausbreitet und herumtreibt." Und etwas später vermuthet er, dafs die abstofsende Kraft einen weit ausgedehntern Wirkungskreis habe, als die anziehende. Die bekannten Versuche von Black und seinen Freunden, nach welchen bei jeder Aenderung im Aggregatzustande der Körper Wärme gebunden oder frei würde, deuteten an, dafs die latente Wärme die Stelle dieser abstofsenden Kraft bei der Dampfbildung vertrete, ohne dafs man, so viel mir bekannt ist, in jener Zeit diesen Schlufs mit Bestimmtheit zu machen wagte.

Den Hauptstofs erhielt das Auflösungssystem durch die Versuche von Saussure. Er folgerte aus derselben (Hygrometrie §. 170.), „dafs die luftförmigen Flüssigkeiten (Wasserstoffgas und Kohlensäure), ihrer sehr grofsen Unähnlichkeit ungeachtet, man mag ihre Materie, oder das Verhältnifs ihrer Tüchtigkeit ansehen, im luftleeren Raume und in freier Luft, ganz rein und mit gemeiner Luft vermischt, sich eben so verhalten, wie die atmosphärische Luft und dafs ihre Beimischung mit dieser ihre hygrometrischen Bestimmungen keinesweges verändert."

Versuche anderer Experimentatoren bestätigten dieses; aber man wollte dennoch die auflösende Kraft der Luft nicht ganz aufgeben; man half sich damit, ein Theil Wasser wäre ganz frei in der Luft, während ein anderer von derselben chemisch gebunden würde: Clement und Desormes sättigten zu dem Behufe verschiedene Gasarten mit Wasserdampf, und indem sie diesel-

ben dann bei gleichbleibender Temperatur durch ausgeglühten salzsauren Kalk trockneten, so überzeugten sie sich, dafs gleiche Volumina sehr verschiedener Gasarten gleiche Mengen von Wasser absetzen (Gilbert's Annalen XIII, 143). Dieselben fanden, dafs die verschiedenen Gasarten, deren sie sich bedienten, die Verdunstung des Aethers auf gleiche Art begünstigen, dafs also in gleichen Räumen, welche mit Gas von verschiedener Natur, gleichviel welchem, erfüllt sind, immer dieselbe Menge von Aether in elastischer Gestalt besteht und darin einerlei Expansion hervorbringt; ein Resultat, welches auch schon Priestley früher gefunden hatte. Eben dieses fanden Clement und Desormes beim Alkohol und Schwefelalkohol bestätigt.

Berthollet schlofs, dieser Versuche ungeachtet, dafs es aufser dem Wasserdampfe in einigen Gasen noch ein gebundenes und mehr condensirtes Wasser gebe, welches auf hygrometrische Phänomene keinen Einfluss habe (Gilbert's Annalen XIII, 145.). Aber diese ziemlich allgemein angenommene Meinung ward durch die Versuche Dalton's vollkommen widerlegt. Er fand, dafs die Expansivkraft der Dämpfe bei derselben Temperatur stets gleich sey, mochten dieselben in einem luftleeren oder einem mit einem beliebigen Gase oder Dampfe erfüllten Gefäfse enthalten seyn; dafs also bei der Verdunstung ein, mit Luft erfüllter Raum für die Dämpfe gewissermafsen ein leerer sey. Der einzige Unterschied, welcher hierbei noch Statt fand, war die Schnel-

keit der Verdunstung. Während die Dämpfe sich im luftleeren Raume momentan bilden, so setzt der Druck der Luft jener Verdampfung einen mechanischen Widerstand entgegen, es ist also eine längere Zeit erforderlich, bis der Raum zur Sättigung mit Dämpfen erfüllt ist. Dalton folgert hieraus (Gilbert's Annalen XV, 24.), daß die Annahme einer chemischen Verwandtschaft zwischen den Dämpfen und Gasarten verschiedener Art mit diesen Phänomenen ganz unvereinbar sey. „Zwar könnte man sich denken, fährt er fort, daß alle Gasarten eine *gleiche* Verwandtschaft zum Wasser hätten; obschon auch diese Voraussetzung als etwas, das gegen alle Analogie mit andern Gesetzen chemischer Verwandtschaften ist, nicht zulässig seyn möchte. Aber sogar noch weiter zu gehen, und anzunehmen, Wasser verbinde sich mit jeder Gasart in derselben Menge, worin sich der Dampf desselben im luftleeren Raume befindet, oder mit andern Worten, die Elasticität beider verbunden bleibe völlig dieselbe, wie sie vor der Verbindung war; das hieße in der That, aus Liebe zu einer Hypothese zu weit gehen."

Wenn also die Luft für die Wasserdämpfe von welchen hier zunächst die Rede ist, ein leerer Raum ist, wenn wir bei Bestimmung derselben auf keine chemische Beschaffenheit der Gase zu achten haben, so ist einleuchtend, daß wir uns der obigen Bestimmungen für die Elasticität des Wasserdampfes auch bei hygrometrischen Bestimmungen bedienen können. Ehe ich indessen zu dieser An-

Anwendung übergehe, will ich noch Einiges über die Dichtigkeit der Dämpfe vorausschicken.

Die älteste Angabe, welche wir über die Dichtigkeit der Dämpfe haben, welche wenigstens auf einer unmittelbare Messung gegründet ist, möchte wohl die von Muschenbroek seyn. Nach ihm ist die Dichtigkeit des Dampfes von heissem Wasser 14000 mal kleiner, als die des Wassers selbst. Er sagt über die Bestimmung in seiner Introductio §. 1413: Vapor calentis aquae, licet a pondere totius atmosphaerae ad minimum in volumen 14000 majus immutescit: veluti colligi potest ex gutta aquae in sphaera vitrea cava calefacta, quae non tantum aërem expellit, sed tanto volumine intumescit, id ostendente mercurio, qui totam sphaeram postea, excepta $\frac{1}{14000}$ parte implet. Experimenta in machina Saveriana capta idem confirmant. Er vergleicht hierauf die Ausdehnung des Dampfes mit der des Pulvers, und findet, dafs die erste Kraft weit gröfser sey. Offenbar ist diese Angabe viel zu grofs. Wahrscheinlich hatte Muschenbroek die Kugel bis zum Siedepunkte des Wassers erwärmt und brachte dann das offene Ende derselben in kaltes Quecksilber. Da sich hier Dämpfe niederschlugen, so bestimmte er das Volumen des Dampfes bei dieser niedern Temperatur, mithin mufste hieraus eine viel zu geringe Dichtigkeit gefunden werden. Vielleicht beruhen die Bestimmungen von Leidenfrost (de aquae communis nonnullis qualitatibus p. 28.) und Desaguliers auf dieser Autorität, denn

nach beiden ist die Dichtigkeit eben so, als sie von Muschenbroek bestimmt wird.

Marat (physische Untersuchungen über das Feuer, deutsch, von Weigel, p. 17.) sagt, 10 Grad über dem Gefrierpunkte lasse sich das Wasser nicht mehr in einen kleinern Raum bringen und nehme bis zum Siedepunkte nur $\frac{1}{15}$ an Ausdehnung zu; in freier Luft verdunste es und nehme alsdann einen 4000mal gröfsern Raum ein, als im tropfbaren Zustande. Bei dieser Angabe findet der Uebelstand statt, dafs die zugehörige Temperatur nicht mitgetheilt ist.

Die Meinung des Grafen Rumford (Gilbert Annalen IV, 398.), dafs Wasserdampf bei der Siedehitze zwischen 2000 und 10000 mal leichter sey, als ein gleiches Volumen Wasser, ist offenbar eine blofse Schätzung.

Nach Black (Vorlesungen über Chemie I, 222.) nimmt der Dampf bei einer Temperatur von 212° F. einen 1800mal gröfsern Raum ein, als vorher. Watt setzt die Dichtigkeit des Wasserdunstes *einige* Grade über dem Siedepunkte und *gefähr* halb so grofs, als die der atmosphärischen Luft. Da indessen diese Bestimmung nur eine beiläufige zu seyn scheint, so ergiebt sich daraus von selbst, dafs die von de Luc, welcher auf die Untersuchungen von Watt gestützt, die Dichtigkeit des Wasserdampfes bei einer Temperatur von 56° F. zu $\frac{1}{10080}$ angiebt (Gren II, 426.), unbrauchbar sey.

Schmidt, einer der ersten Physiker, welche die Expansivkraft des Wasserdampfes mit grö-

seiner Sorgfalt untersuchten, als dieses früher geschehen war, suchte auch diese Gröfse mit Genauigkeit zu bestimmen. Er nahm zu dem Behufe ein hohles, an der Lampe sehr dünn geblasenes Gefäfs, woran eine gekrümmte, an ihrer Mündung offene Röhre geschmolzen war; dieses Gefäfs faßte etwas über 6 Kubikzoll und wog nicht völlig $1\frac{1}{4}$ Gran. Destillirtes Wasser, welches in dieses Gefäfs gegossen war, wurde bis zum Sieden erhitzt. In dem Momente, wo die Bildung des Nebels vor der Mündung aufhörte, wo also die Expansivkraft des Dampfes und der Druck der Luft im Gleichgewichte standen, wurde die Oeffnung der Röhre mit etwas Wachs verklebt und das Gefäfs vom Feuer entfernt. Er liefs nunmehr das Gefäfs so weit erkalten, bis es die Temperatur des Zimmers hatte, wobei sich ein Theil des Dampfes an den Wänden niederschlug. Indem er das Gewicht des Gefäfses jetzt aufs neue bestimmte, erhielt er zugleich das des Dampfes, welcher bei 80° R. in demselben enthalten gewesen war. Nach Oeffnung der Röhre erfüllte die atmosphärische Luft den ganzen innern Raum, wobei indessen auf die Verminderung desselben durch das an den Wänden niedergeschlagene Wasser keine Rücksicht genommen wurde; eine Gröfse, welche jedoch sehr wohl übersehen werden kann, da sie noch nicht $\frac{1}{1000}$ des Ganzen beträgt. Durch eine dritte Abwägung ergab sich nun das Gewicht des Gefäfses, des Dampfes und der im Gefäfse eingeschlossenen Luft; woraus dann einzeln das Gewicht des im Gefäfse

enthaltenen Dampfes abgeleitet werden konnte. In vier deshalb angestellten Versuchen fand er folgendes Verhältnifs zwischen den Dichtigkeiten des Dampfes und der Luft.

Im ersten Versuche war der Wasserdampf
1,81 mal
- zweiten - - - - - 1,74 -
- dritten - - - - - 1,70 -
- vierten - - - - - 1,75 -

leichter, als die atmosphärische Luft. Das Mittel hieraus ist 1,74, oder, wenn die erste Beobachtung als sich zu weit vom Mittel entfernend ausgeschlossen wird, so ist diese Gröfse 1,72. Luft und Wasserdampf erlitten hier den gemeinschaftlichen Druck von 336‴, dagegen war die Temperatur derselben verschieden, indem sie 15° R. bei der Luft, beim Wasserdampfe aber 80° R. betrug. Sollen demnach beide mit einander verglichen werden, so müssen wir zunächst das Gewicht eines gleichen Luftvolumens bei der Temperatur von 80° bestimmen. Setzen wir also, das Volumen einer Luftmasse sey bei der Temperatur von 15° R. gleich 1, so ist dasselbe bei der des siedenden Wassers 1,2847; wird mithin das Gewicht einer Luftmasse bei 15° R. als Einheit betrachtet, so ist diese Gröfse bei 80° R. 0,7784. Wenn demnach angenommen wird, dafs Dampf von 80° R. bei gleicher Elasticität 1,72 mal leichter sey, als Luft von 15° R., so folgt hieraus, dafs jener 1,3859 mal leichter sey, als Luft von 80° bei gleichem Drucke.

Das Gewicht eines pariser Kubikfufses trockner atmosphärischer Luft beträgt nach den Mes-

sungen von Biot und Arago und der Berechnung von Tralles (Gilbert XXVII, 416.) bei der Temperatur des schmelzenden Eises und einem Barometerstande von 0m,76 838 Gran alt französisch Markgewicht. Es ist demnach diese Gröfse bei 80° R. und demselben Drucke von 336,9049 Linien gleich 609,448 Gran; wird dieses Gewicht auf den Barometerstand von 886‴ reducirt, so ist es 607,811 Gran; mithin wiegt ein gleiches Volumen Dampf von derselben Temperatur $\frac{607,811}{1,3369} = 454,983$ Gran. Nach der Bestimmung, welche bei der französischen Maafsregulirung zum Grunde gelegt wurde, wiegt ein Kubikfufs Wasser bei der Temperatur der gröfsten Dichtigkeit 70,024 Pfund oder 645341,184 paris. Gran. Nehmen wir also die Dichtigkeit des Wassers als Einheit an, so ist die des Wasserdampfes bei 80° R. $\frac{454,985}{645341,184} = 0,000705027$.

Aufser dieser Bestimmung hat Schmidt noch eine zweite mitgetheilt (Handbuch der Naturlehre S. 298.), welche ich indessen nur aus Muncke's physikalischen Abhandlungen (S. 191.) kenne. Er findet darnach die Dichtigkeit des Wasserdampfes bei einer Temperatur von 17°,5 R. gleich 0,0000285, wenn die des Wassers als Einheit angenommen wird; nach Muncke ist indessen das Verfahren nicht angegeben. Wenn wir hieraus die Dichtigkeit des Wasserdampfes bei der Temperatur von 80° R. herleiten wollen, so müssen wir zuerst nach dem Mariotteschen Gesetze die Dichtigkeit bei der Beobachtung auf die bei

einem Drucke von 336‴ reduciren; sodann auf die Temperatur Rücksicht nehmen, indem wir davon ausgehen, das ein Dampfvolumen bei 80° R. gleich 1,875 ist, wenn das bei 0° als Einheit angenommen wird. Nun hält der Druck des Wasserdampfes bei 17°,5 R. das Gleichgewicht mit einer Quecksilbersäule von 8‴,299; mithin ist nach dem Mariotteschen Gesetze die Dichtigkeit des Wasserdampfes 0,0011539 bei einer Temperatur von 17°,5 und einem Drucke von 336‴; wird jene Gröfse auf die Temperatur von 80° R. reducirt, so ist die Dichtigkeit 0,000882102.

Bei der Construction seines Hygrometers und der Bestimmung der Scale desselben stellte Saussure mehrere Versuche an, um die Frage über die Dichtigkeit des Wasserdampfes zu entscheiden; seine Bestimmungen haben unter den ältern die meiste Autorität erhalten, weil er zugleich auf Spannung und Gewicht des Dampfes Rücksicht genommen hatte. Er nahm anfänglich Glaskugeln von einem Fufs, auch von funfzehn bis sechzehn Zollen im Durchmesser, und überzeugte sich dadurch, dafs bei einer Temperatur von 14 bis 15° R. ein Kubikfufs Dampf etwa 11 Gran wiege. (Saussure Versuch über die Hygrometrie S. 118). Da indessen in einem kleinen Gefäfse weit leichter Fehler zu befürchten sind, so nahm er in der Folge ein gröfseres, dessen innerer Raum er zu 4¼ Kubikfufs schätzte (das. S. 123.). Nachdem die Luft durch Salze möglichst ausgetrocknet war, so dafs ein Haarhygrometer fast auf Null stand, brachte er durch eine im Deckel befindliche Oeffnung

[illegible] in dasselbe, das Wasser verdunstete und die Hygrometer bewegte sich gegen den Punkt der Sättigung; wurde hierauf die Leinewand aufs neue gewogen, also ihr Gewichtsverlust bestimmt, so ergab sich daraus das Gewicht der im Ballon enthaltenen Dünste, woraus das von einem Kubikfuſse von selbst folgte. Wenn nun im ersten Versuche bei einer mittlern Temperatur von 15°,16 R. das Hygrometer von 0° bis 98° gebracht wurde, so betrug das Gewicht des in einem Kubikfuſse enthaltenen Wasserdampfes 11,069 Gran. In einem zweiten Versuche bei der Temperatur von 4°,75 R. war diese Gröſse 5,4605 Gran; im dritten Versuche war die Temperatur 6°,18, und das Gewicht von einem Kubikfuſs Dampf betrug 5,6549 Gran (Hygometrie §. 127 — 128.)

Ich will aus diesen drei Versuchen die Dichtigkeit des Dampfes bei der Temperatur von 80° herleiten. In dem ersten Versuche wog bei der Temperatur von 15°,16 und einem Drucke von 6''',863 ein Kubikfuſs Dampf 11,069 Gran; diese Gröſse verwandelt sich für einen Druck von 336''' in 556,489 Gran und für die Temperaturänderung von 15°,16 bis 80° in 427,511. Wenn also die Dichtigkeit des Wassers als Einheit angenommen wird, so ist die des Dampfes

$$\frac{427,511}{645544,184} = 0,000662458.$$

In dem zweiten Versuche betrug bei einer Temperatur von 4°,75 R. das Gewicht von einem Kubikfuſse Wasserdampf 5,4605 Gran. Da der zugehörige Druck 3''',054 ist, so ist demnach bei

Drucke von 20″,649 Linien 56,877, also bei dem Drucke von 336″ Linien 583,79 Gran, mithin bei der Temperatur des siedenden Wassers 484,718 Gran, woraus die Dichtigkeit

$$\frac{484,718}{645541,184} = 0,000751104$$

folgt.

Clement und Desormes unternahmen, wie schon oben erwähnt ist, eine Reihe von Versuchen, um zu prüfen, ob alle Gasarten eine gleiche Menge von Wasser enthielten (Gilbert Annalen XIII, 141.). Sie nahmen zum gänzlichen Trocknen der Gasarten *salzsauren Kalk* im festen Zustande, weil dieser sich am besten dazu eignete, den Gasarten ihre Feuchtigkeit zu entziehen, ohne jene selbst chemisch zu verändern. Eine abgewogene Menge trockener salzsaurer Kalkerde wurde deshalb in eine Glasröhre gethan und das Gas über sie fortgeleitet. Um sicher zu seyn, daſs die Gasarten sich vollkommen mit Feuchtigkeit geschwängert hatten, lieſsen sie dieselben erst durch eine Flasche voll Wasser steigen, aus welcher sie unmittelbar zum salzsauren Kalke kamen. Die Atmosphäre, die Gasarten und dieses Wasser hatten dieselbe Temperatur, welche immer 12 bis 13° C. betrug und befanden sich unter einem Drucke von 762 bis 765 Millimetern. Folgende Tafel enthält die Resultate ihrer Versuche:

Von völlig feuchter	wurde Feuchtigkeit in der salzsauren Kalkerde abgesetzt von einem Kubikfufse Luft
atmosphärischer Luft	– 5,89 Gran
Sauerstoffgas	– – 6,08 –
Wasserstoffgas	– – 6,08 –
Stickgas	– – 5,89 –
kohlensaurem Gas	– – 6,08 –
	Mittel 6,004 –

Sie setzen (S. 143.) hinzu: „Nun ist aber die Frage, ob auch die Feuchtigkeit, welche sich den Gasarten durch kein Austrocknen entziehen läfst, in allen gleich ist. Dieses durch directe Versuche auszumachen, scheint fast unmöglich zu seyn, weil man die Gasarten nicht vollkommen trocken erhalten kann."

Wenn wir hier auch nicht behaupten können, dafs dieses Verfahren wirklich die absolute Feuchtigkeitsmenge gebe, so will ich diese Beobachtung doch der spätern Vergleichung wegen dazu anwenden, um vermittelst derselben das Gewicht von einem Kubikfufse Dampf zu berechnen. Es werde also die mittlere Temperatur zu 12°,5 C. oder 10° R. angenommen, so erleidet der Dampf einen Druck von 4‴,624, mithin beträgt das Gewicht eines Kubikfufses bei der Temperatur des Versuches und dem Drucke von 336‴ Linien 436,277 Gran; eine Gröfse, welche sich für die Temperatur des siedenden Wassers in 332,122 Gran verwandelt. Demnach wäre die Dichtigkeit des Dampfes $\frac{332,122}{645541,184} = 0,000514646$.

Anderson hat in dem Artikel *Hygrometry* in der Edinburgh Encyclopaedia die Resultate seiner Versuche über diesen Gegenstand mitgetheilt. Er liefs eben so wie Clement und Desormes ein grofses Volumen feuchter Luft langsam durch eine hinreichende Masse von Schwefelsäure oder trocknen salzsauren Kalk streichen und mafs dann die Gewichtszunahme dieser Körper. Da mir jener Aufsatz nicht zu Gebote steht, so gebe ich die Resultate seiner Versuche nach Daniell (Meteorological Essays p. 160.). Er fand das Gewicht eines Kubikfufses Dampf bei folgenden Temperaturen:

49° F.	4,085 Gran englisch
59	5,679 –
77	9,828 –
85	11,660 –

Nehmen wir hier die erste Angabe, so wiegt bei einer Temperatur von 7°,56 R. ein englischer Kubikfufs Wasserdampf 4,085 Gran Troy-Gewicht, der zugehörige Druck ist 3‴,81, also würde das Gewicht bei 7°,56 und einem Drucke von 336‴ Linien 360,252 Gran, mithin bei 80° R. 271,286 Gran betragen. Nun beträgt nach den Bestimmungen von Everard das Gewicht eines englischen Kubikfufses Wasser bei der Temperatur von 55° F. 437489 engl. Gran, mithin bei der gröfsten Dichtigkeit 437347,2 Gran. Wird demnach die Dichtigkeit des Wassers als Einheit angenommen, so ist die des Dampfes $\frac{271,286}{437374,2} = 0,000620261$.

In den zweiten Versuche wog bei einer Temperatur von 12° R., also einem Drucke von 5,425 Linien, ein Kubikfuſs Dampf 5,679 Gran; eine Größe, welche sich für den Druck von 336''' in 51,782 und für die Temperatur von 80° in 270,194 verwandelt. Demnach ist die Dichtigkeit des Wasserdampfes $\frac{270,194}{437574,2} = 0,000617764$.

Im dritten Versuche betrug bei der Temperatur von 20° R., also einem Drucke von 9''',961, das Gewicht eines Kubikfuſses Dampf 9,828 Gran; dieses Gewicht beträgt mithin bei einem Drucke von 336 Linien 331,614 Gran, und bei der Temperatur von 80° R. 263,704 Gran; woraus die Dichtigkeit $\frac{263,704}{437574,2} = 0,000602928$ folgt.

Im vierten Versuche war die Temperatur °,67; der Druck 12''',336 und das Gewicht ,660 Gran; mithin bei einem Atmosphärendrucke 322,821 Gran und bei der Temperatur von 80° R. 259,724 Gran; woraus sich dann für die Dichtigkeit $\frac{259,729}{437574,2} = 0,000593832$ ergiebt.

Muncke stellte über diesen Gegenstand eine Reihe von Versuchen an, welche er in seinen physikalischen Abhandlungen mittheilt. Aus einem auf der Luftpumpe befestigten Recipienten wurde die Luft so gut als möglich entfernt, sodann eine bekannte Wassermenge der Verdunstung ausgesetzt und die Elasticität des Dampfes bei verschiedenen Temperaturen vermittelst eines Barometers gemessen. Wurde hierauf die Correction

wegen der geringen Luftmenge im Recipienten gebracht, so ergab sich daraus das Volumen gebildeten Dampfes; dieses mit dem des trop ten Wassers verglichen gab die Dichtigkeit selben. Ich verweise wegen des Details der sache auf die Abhandlungen selbst, und begn mich damit, diejenigen Beobachtungen mitzut len, welche er S. 174. als die genauesten erwä Die Bezeichnung der Versuche ist die in Münc Schrift; bei der Dichtigkeit ist die des Was als Einheit angenommen worden.

No. des Versuchs	Tempera-tur	Beobachtete Dich-tigkeit
22	3°,00	0,00000084698
21	6, 00	0,00001121
2	6, 75	0,00001 1957
25	10, 00	0,00001 4946
5	12, 90	0,00001 5943
10	15, 00	0,00001 7686
9	15, 00	0,00001 7936
24	18, 00	0,00002 3914
4	19, 50	0,00002516
26	22, 00	0,00002 9893
27	30, 00	0,00004484
28	35, 00	0,00005 9787
28	34, 00	0,00005 9787

Daraus habe ich folgende Tafel hergeleitet dem ich mich der Expansivkräfte in der o von mir gegebenen Tabelle bediente.

Versuch	Temperatur	Druck	Dichtigkeit des Dampfes beim Drucke von 336‴ und der Temperatur	
			des Versuches	von 80° R.
22	3°	2‴,652	0,001073097	0,000791409
21	6	3, 381	0,001114037	0,000832996
23	6,75	3, 443	0,001166198	0,000874986
25	10	4, 624	0,001086042	0,000826873
5	12	5, 425	0,000987438	0,000758532
26	15	6, 842	0,000868532	0,000673164
9	16	6, 842	0,000880809	0,000685430
24	18	8, 627	0,000931854	0,000734894
4	19,5	9, 613	0,000879451	0,000698064
20	22	11, 536	0,000870669	0,000698514
27	30	20, 288	0,000742618	0,000616035
28	35	28, 497	0,000704935	0,000582246
29	34	26, 639	0,000754099	0,000635842

Nehmen wir aus diesen verschiedenen Gröſsen das Mittel, so ist die Dichtigkeit des Wasserdampfes 0,000724552. Indessen Muncke selbst zweifelt etwas an den Resultaten, welche aus den Versuchen 22, 21, 10, 9, 14 hervorgehen; da in diesen das Vacuum nicht vollkommen oder der Punkt der vollen Verdunstung weniger bestimmt war; auch zeigt eine Vergleichung mit dem folgenden, daſs die auf diese Art gefundenen Dichtigkeiten etwas zu groſs sind. Ein gleiches gilt von den Versuchen 22, 25, 5; auſserdem scheint es, als ob die Dichtigkeit, welche sich aus den Versuchen 4 und 26 ergiebt, ebenfalls etwas zu groſs sey. Nehmen wir daher das Mittel aus den drei Gröſsen, welche bei den Temperaturen von 30°, 34°, 35° gefunden sind, so ist die Dichtigkeit des Wasserdampfes bei 80° R. und einem Drucke von 336‴ gleich 0,000611374.

Unter den verschiedenen Bestimmungen dieser Gröfse hat die von Gay-Lussac den meisten Beifall erhalten. An der Lampe wurden kleine Gefäfse aus sehr dünnem Glase geblasen, diese mit Wasser gefüllt und dann verschlossen. Wer das Gewicht des in diesem Glase enthaltenen Wassers bestimmt, so wurde dasselbe über Quecksilber in das Torricellische Vacuum gebracht. Durch Erwärmung des Gefäfses verwandelte sich das Wasser in Dampf, welcher jenes sehr bald zersprengte und die Torricellische Leere erfüllte. Wurde das Volumen des Dampfes bei bestimmter Temperatur und bestimmtem Drucke mit dem des Wassers verglichen, so ergab sich daraus die Dichtigkeit des Dampfes. Durch einen Versuch dieser Art, wegen dessen Detail ich auf Biot (Traité de physique I, 291.) verweise, fand Gay-Lussac dafs die Dichtigkeit des Wasserdampfes bei der Temperatur des siedenden Wassers und dem Drucke einer Atmosphäre $\frac{1}{1696,4} = 0,000589479$ sey.

Durch ein ähnliches Verfahren fand Mayer (Commentatio de lege vis elasticae etc. p. 39.), dafs die Dichtigkeit des Dampfes bei 15° R. gleich 0,00002 sey; dieselbe wäre also bei 80° R., und einem Drucke von 6,842 Linien 0,000015569644; und wenn diese Gröfse auf den Druck von 336‴ reducirt wird, so erhalten wir 0,000748522.

Folgende Tafel enthält eine Uebersicht der von verschiedenen Experimentatoren gefundenen Grö-

Gröfsen für die Dichtigkeit; die in der zweiten Spalte angegebenen Temperaturen sind diejenigen, bei welchen jene Physiker ihre Versuche anstellten.

Beobachter	Temperatur	Dichtigkeit
Schmidt	80° R.	0,000705072
	17,5	0,000882102
Saussure	15,16	0,000662457
	4,75	0,000692108
	6,18	0,000644430
Davy	30,22	0,000751103
Clement und Desormes	10	0,000514645
Anderson	7,56	0,000620406
	12	0,000617908
	20	0,000603067
	22,67	0,000593976
Muncke	30	0,000616035
	34	0,000635842
	35	0,000582246
Gay-Lussac		0,000589489
Mayer	15	0,000748522

Diese Uebersicht zeigt nicht geringe Unterschiede zwischen den einzelnen Bestimmungen; indessen möchte sich wohl die erste von Schmidt bei einer Temperatur von 80° gefundene Gröfse am besten dazu eignen, die übrigen zu beurtheilen. Gesetzt es sey das Wasser in dem kleinen Gefäfse genau bis 80° R. erwärmt gewesen; es sey bei diesen Versuchen genau das Maximum der Verdunstung gefunden und dann das Gefäfs verschlossen, also das Gewicht des Dampfes nebst der Glaskugel genau bestimmt. Wenn nun bei einer Temperatur von 15° R. Luft hineinströmte, so war diese

Luft nicht trocken, sondern sie enthielt schon eine gewisse Menge von Wasserdampf; indem die Luft mit sehr grofser Schnelligkeit in die Kugel, als in einen luftleeren Raum einströmte, wurde dieser Dampf mechanisch mit hineingetrieben. Offenbar wurde dadurch das Gewicht der Kugel etwas vergröfsert; die Dichtigkeit des Dampfes mufste also etwas zu grofs gefunden werden. Ist nun Schmidt's Bestimmung der Dichtigkeit bei 80° zu 0,000705072 etwas zu grofs, so folgt, dafs alle noch gröfsern Angaben von Schmidt bei 17°,5, Davy und Mayer weniger brauchbar sind, um daraus etwas bestimmtes herzuleiten; eben dieses möchte von Saussure's Angabe bei 4°,75 gelten.

Der kleinste von den obigen Werthen ist der von Clement und Desormes, welcher wohl etwas zu klein seyn möchte, indem die Luft nicht vollkommen ausgetrocknet war, wie die Experimentatoren selbst vermuthen. Die Angabe von Gay-Lussac ist vielleicht auch etwas zu klein, wie dieses aus einer Vergleichung mit den Resultaten aus Anderson's Versuchen zu folgen scheint. Wenn man die von dem zuletzt genannten Gelehrten gefundenen Gröfsen genauer ansieht, so findet man, dafs die Dichtigkeit regelmäfsig abnimmt, während die Temperatur wächst. Bei dem Verfahren, welches er bei seinen Untersuchungen anwendete, haben wir zwei Kräfte, welche auf das Wasser entgegengesetzte Wirkungen äufsern, nämlich einmal die des Wärmestoffes, welcher das Wasser in Dampfgestalt zu erhalten strebt, sodann die des salzsauren Kalkes, welche das Wasser in

tropfbarem Zustande niederzuschlagen sucht; je gröfser jene wird, desto geringer wird der Niederschlag, desto geringer also auch die Dichtigkeit des Wasserdampfes gefunden werden. Dieses bestätigen die Versuche Anderson's. Eine ähnliche Behauptung folgerte schon Saussure aus seinen Untersuchungen. Er sagt nämlich (Hygrometrie §. 47.): „Aus meinen Versuchen folgt, dafs die absorbirenden Salze weder der Luft noch einem andern Körper alle seine Feuchtigkeit nehmen können. Denn so grofs auch immer die Verwandtschaft dieser Salze mit dem Wasser seyn mag, so vermindert sich doch, wenn sie die andern Körper ihres Wassers bis auf einen gewissen Punkt beraubt haben, ihre anziehende Kraft und nimmt hingegen bei den Körpern, die ihrer Feuchtigkeit beraubt worden, in dem nämlichen Verhältnisse zu. Daraus folgt ein Gleichgewicht, vermöge dessen die am wenigsten absorbirenden Körper jederzeit einen Theil ihrer Feuchtigkeit behalten." Statt dafs also die von Anderson gefundene Dichtigkeit etwas zu klein seyn sollte, ist sie im Gegentheile etwas gröfser als die von Gay-Lussac gegebene. Worin dieser Unterschied seinen Grund habe, weifs ich nicht zu entscheiden; bis jetzt glaube ich daher, dafs wir die Versuche von Saussure, Muncke und Anderson noch keinesweges bei Bestimmung dieser Gröfse übersehen dürfen. Nehme ich nun aus den Versuchen eines jeden dieser Experimentatoren das Mittel, so erhalte ich folgende Gröfsen für die Dichtigkeit des Wasserdam-

da der Versuch immer einige Zeit erforderte und es besonders auf Reisen sehr umständlich und oft auch gar nicht möglich war, frisches Brunnenwasser zu bekommen. Selbst wenn man sich mit Saussure des gepülverten Salmiaks bediente, um dadurch das Wasser zu erkalten (Hygrometrie p. 68. Anm.), so wäre immer einige Zeit zu dem Versuche nöthig gewesen. Es war wohl Soldner, welcher zuerst einen Vorschlag zur bequemern Anwendung dieses Verfahrens machte; es wurde indessen dieser Vorschlag wenig beachtet. In einem Briefe an Gilbert (Annalen XXXII, 219.), wo er von der Unbequemlichkeit bei Dalton's Methode spricht, sagt er: „Man verfertige sich ein Thermometer, das zum Gefäfse, anstatt einer Kugel oder eines Cylinders, eine platt gedrückte breite und dünne Scheibe habe. Benetzt man die eine Seite dieser Scheibe mit Aether, während man das Thermometer in freier Luft hält, so wird sich das Gefäfs, wegen der Verdunstung des Aethers, sehr erkälten und es werden daher an der andern trocknen Seite Dünste aus der Luft abgesetzt werden. Hat man nun den Grad des Thermometers bemerkt, bei welchem Dünste anfangen sich an das Gefäfs anzusetzen, so wird man den *Condensationspunkt* haben. Weil die Kälte nicht augenblicklich durch das Gefäfs dringen kann, so wird das Thermometer schon etwas zu tief stehen, wenn sich die Dünste ansetzen. Diesen Fehler wird man aber dadurch verbessern können, dafs man bei der Wiedererwärmung den Stand des Thermometers beobachtet, bei welchem sich die angesetzten

jener Zeit Elasticität und Dichtigkeit des Dampfes zu wenig untersucht waren. Aus diesem Grunde geschah es auch, dafs Roy's Verfahren ganz übersehen wurde, besonders da Saussure, von welchem Dalton wohl nicht mit Unrecht sagt, dafs er zu viel Vertrauen auf sein Hygrometer setzte (Gilbert XV, 142.), mehrere Einwendungen gegen diese Methode machte. (Hygrometrie §. 333 — 334.)

Erst Dalton war es, welcher, auf richtigere Principien gestützt, diese Methode wieder in Anregung brachte. Um die Expansivkraft des in der Atmosphäre enthaltenen Wassers zu finden, nahm er eine lange cylindrische Flasche, die an der Aufsenseite trocken war, und füllte sie mit kaltem frisch geschöpften Brunnenwasser. Entstand sogleich an der Aufsenseite ein Thau, so gofs er das Wasser aus und liefs es eine Zeitlang stehen, damit es wärmer würde; trocknete indessen die Aufsenseite der Flasche mit einem leinenen Tuche sorgfältig ab und gofs wieder Wasser hinein. Diese Operation wurde so lange fortgesetzt, bis sich kein Thau mehr bildete. Wurde nun die Temperatur beobachtet, bei welcher der Niederschlag eben aufhörte, so durfte man nur in der Tafel für die Expansivkräfte der Dämpfe die dieser Temperatur entsprechende Gröfse nehmen, so erhielt man dadurch die Länge der Quecksilbersäule, welche mit dem Dampfe im Gleichgewichte stand. (Gilbert's Annalen XV, 129.)

So trefflich indessen diese Methode Dalton's war, so wurde sie doch fast gar nicht angewendet,

weit besser beobachten kann, als auf der silberglänzenden Fläche des Quecksilbers; jedoch habe ich nie Gelegenheit gehabt, mit einem Hygrometer dieser Art Beobachtungen anzustellen. Will man die erste von Körner gegebene Methode befolgen, so möchte es wohl am besten seyn, die Kugel aus schwarzem Glase zu verfertigen, wie es auch schon Soldner in seinem Briefe an Gilbert vorgeschlagen hatte und wie es späterhin Jones in London ausgeführt hat (Brewster's Edinburgh Journal No. VII. p. 127.), dessen Construction übrigens ganz die ist, welche zuerst Körner gegeben hatte.

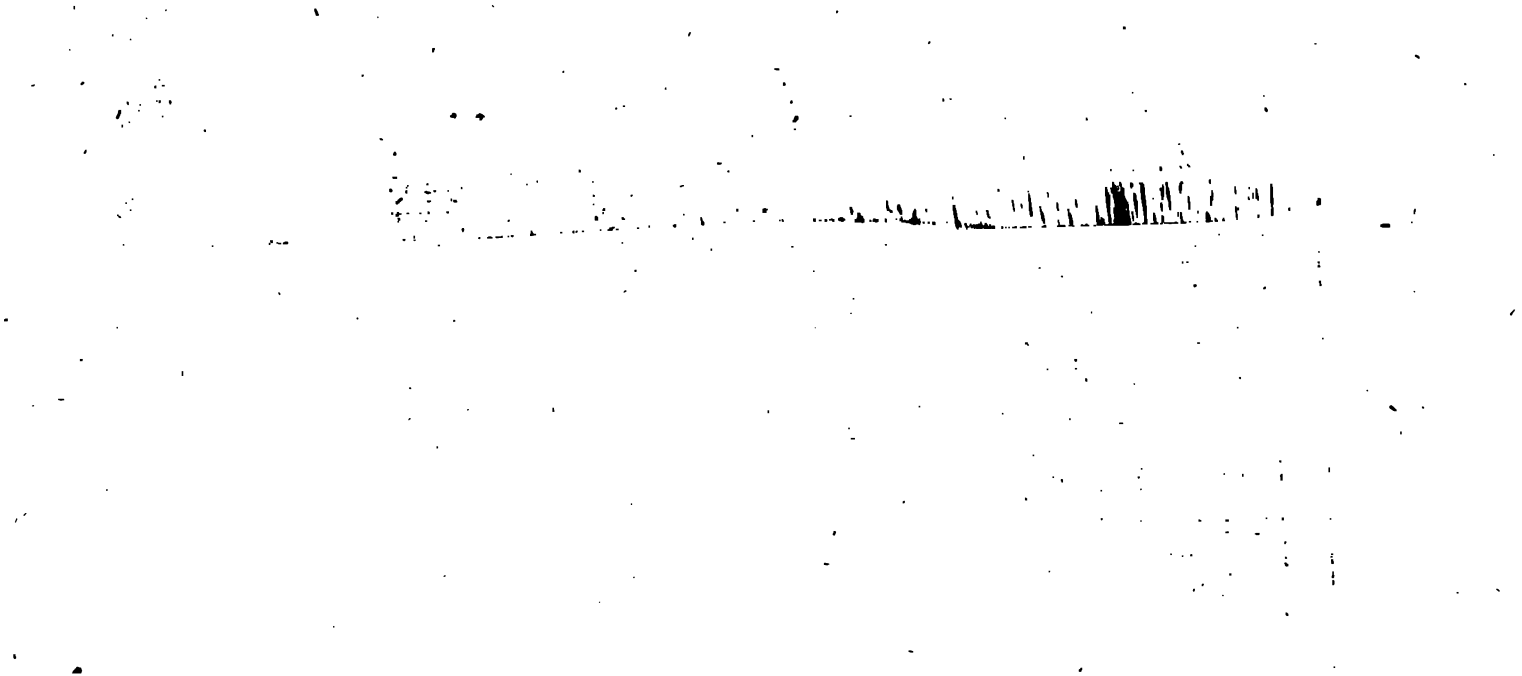
Zum bequemern Gebrauch dieses Hygrometers habe ich die folgenden beiden Tafeln construirt. Die erste Tafel enthält in der ersten Verticalspalte die Temperaturen des Thaupunktes für jeden halben Grad von — 20° bis zu + 30° R. In der zweiten Verticalspalte ist die dieser Temperatur entsprechende Expansivkraft des in der Atmosphäre enthaltenen Wasserdampfes in Pariser Linien gegeben. In den übrigen Verticalspalten sind die Grade eines fingirten Hygrometers gegeben. Es ist dabei angenommen, dafs die Luft bei der Sättigung in einem bestimmten Volumen 1000 Theile Wasserdampf enthalte, dafs die Anzahl dieser Theile aber bei vollkommen trockner Luft Null sey. Gesetzt nun, die Temperatur der Luft sey 10° und der Thaupunkt falle mit dieser Temperatur zusammen, so enthält z. B. ein Kubikfufs Luft 1000 Theile; liegt dagegen der Thaupunkt bei 0°, so hält das Gewicht des Dam-

Tem punktes und der freien Luft.

	7°,5	8°,0	8°,5	9°,0	9°,5	10°,0	10°,5	11°,0	11°,5	12°,0
20										
19	519	497	475	455	436	419	401	384	367	352
19	519	498	476	456	437	419	401	384	368	354
18	520	498	476	457	438	420	402	385	369	353
18	520	499	477	457	439	420	402	385	369	353
17	521	499	477	458	439	421	403	386	370	354
17	521	500	478	458	440	422	404	387	370	354
16	522	500	478	459	441	422	404	387	371	355
16	522	501	479	459	441	423	405	388	371	355
15	523	501	479	460	442	423	405	388	372	356
15	523	502	480	460	442	424	406	389	373	357
15	524	502	480	461	443	424	406	389	373	357
14	524	503	481	462	444	425	407	390	374	358
14	525	504	481	462	444	426	408	391	375	359
13	525	504	482	463	445	426	408	391	376	360
13	526	505	482	464	446	427	409	392	376	360
12	526	505	483	464	446	428	410	393	377	361
12	527	506	484	465	447	428	410	393	378	362
11	527	506	484	466	448	429	411	394	379	363
11	528	507	485	467	448	430	412	395	379	363
10	528	507	485	467	449	430	412	395	380	364
10	529	508	486	468	449	431	413	396	381	365
9	530	509	487	469	450	432	414	397	382	366
9	531	509	488	470	451	433	415	398	382	367
8	531	510	489	470	451	433	415	398	383	367
8	532	510	489	471	452	434	416	399	384	368
7	533	511	490	472	453	435	417	400	384	369
7	534	512	491	473	454	436	418	401	385	370
6	534	512	492	473	455	437	419	402	386	371
6	535	513	493	474	456	438	420	403	387	372
5	536	514	494	475	456	448	420	403	388	372

es und der freien Luft.

°,0	8°,5	9°,0	9°,5	10°,0	10°,5	11°,0	11°,5	12°,0
14	495	476	457	439	421	404	388	373
15	496	477	458	440	422	405	389	374
16	496	477	469	441	423	406	390	375
17	497	478	460	442	424	407	391	376
17	498	479	461	443	425	408	392	377
18	499	480	462	444	426	409	393	378
19	500	481	462	444	426	409	393	378
20	501	482	463	445	427	410	394	379
21	502	482	464	446	428	411	395	380
22	503	483	465	447	429	412	396	381
23	503	484	466	448	430	413	397	382
24	504	484	467	448	431	414	398	383
25	505	485	468	449	432	415	399	384
26	506	486	468	450	433	416	400	385
27	507	486	469	451	434	417	401	386
28	508	487	470	452	435	418	402	387
28	509	488	471	453	436	419	403	388
29	510	489	472	454	437	420	404	389
30	511	490	473	455	438	421	406	390
31	512	491	474	456	439	422	407	392
32	513	492	475	457	440	423	408	393
33	514	493	476	458	441	424	409	394
34	515	494	477	459	442	425	410	395
35	516	495	478	460	443	426	411	396
36	517	496	479	461	444	427	412	397
37	518	497	480	462	445	428	413	398
38	519	498	481	463	446	429	414	399
39	520	499	482	464	447	430	415	400
40	521	500	483	465	448	431	416	401
41	522	501	484	466	449	432	417	402



8°,0	8°,5	9°,0	9°,5	10°,0	10°,5	11°,0	11°,5	12°,0
542	523	502	485	468	450	434	419	403
543	524	503	486	469	451	436	420	404
544	525	504	487	470	453	437	421	405
545	527	505	488	471	454	438	422	406
546	528	507	489	472	455	439	423	407
547	529	508	490	473	456	440	424	408
548	530	509	491	474	457	441	425	409
549	531	510	492	475	458	442	426	410
550	532	511	493	476	459	443	427	411
551	533	512	494	477	460	444	429	412
552	534	514	495	478	461	445	430	414
553	535	515	497	479	462	446	431	415
554	536	516	498	481	463	448	432	416
555	537	517	499	482	465	449	433	417
556	538	518	500	483	466	450	434	418
557	539	520	501	484	467	451	435	420
558	540	521	503	485	468	452	436	421
559	541	522	504	486	469	453	438	422
560	542	523	505	487	471	454	439	423
562	543	524	506	489	472	456	440	424
563	544	525	507	490	473	457	441	426
564	546	527	508	491	474	458	442	427
565	547	528	510	492	475	459	443	428
566	548	529	511	493	477	461	445	429
567	549	530	512	494	478	462	446	431
568	550	531	513	495	479	463	447	432
569	551	532	514	496	480	464	448	433
570	552	533	515	498	481	466	449	434
572	553	535	516	499	483	467	451	435
573	554	536	517	500	484	468	452	437
574	555	537	519	501	485	470	453	438

s einer Quecksilbersäule von 2‴,073 das Gleich-
richt; bei einer Temperatur von 10° aber könn-
liese Gröfse 4‴,624 betragen. Um nun den re-
ven Grad der Feuchtigkeit zu finden, habe ich
73 durch 4,624 dividirt und diese Gröfse mit
)0 multiplicirt, dann zeigt das Product 448 an,
s von 1000 Theilen Wasser nur 448 in der
nosphäre enthalten seyen. Hat man demnach
Temperaturen des Thaupunktes und der At-
sphäre beobachtet, so darf man nur den Unter-
ied beider in der ersten Horizontalspalte aufsu-
n und in der zugehörigen Verticalspalte so weit
abgehen, bis man zu der Zahl kommt, welche
der zu der Temperatur des Thaupunktes gehö-
en Horizontalcolumne steht.

Die zweite Tafel giebt das Gewicht von ei-
n Kubikfufse Wasserdampf in der Atmosphäre
Es enthält dieselbe in der ersten Verticalspalte
Temperatur des Thaupunktes; in der ersten
rizontalspalte stehen die Unterschiede zwischen
n Temperaturen des Thaupunktes und der freien
ft. Die zugehörigen Horizontalspalten geben
s Gewicht des Pariser Kubikfufses von Wasser-
mpf an.

Ueber

die Expansivkraft der Dämpfe von andern Flüssigkeiten als Wasser.

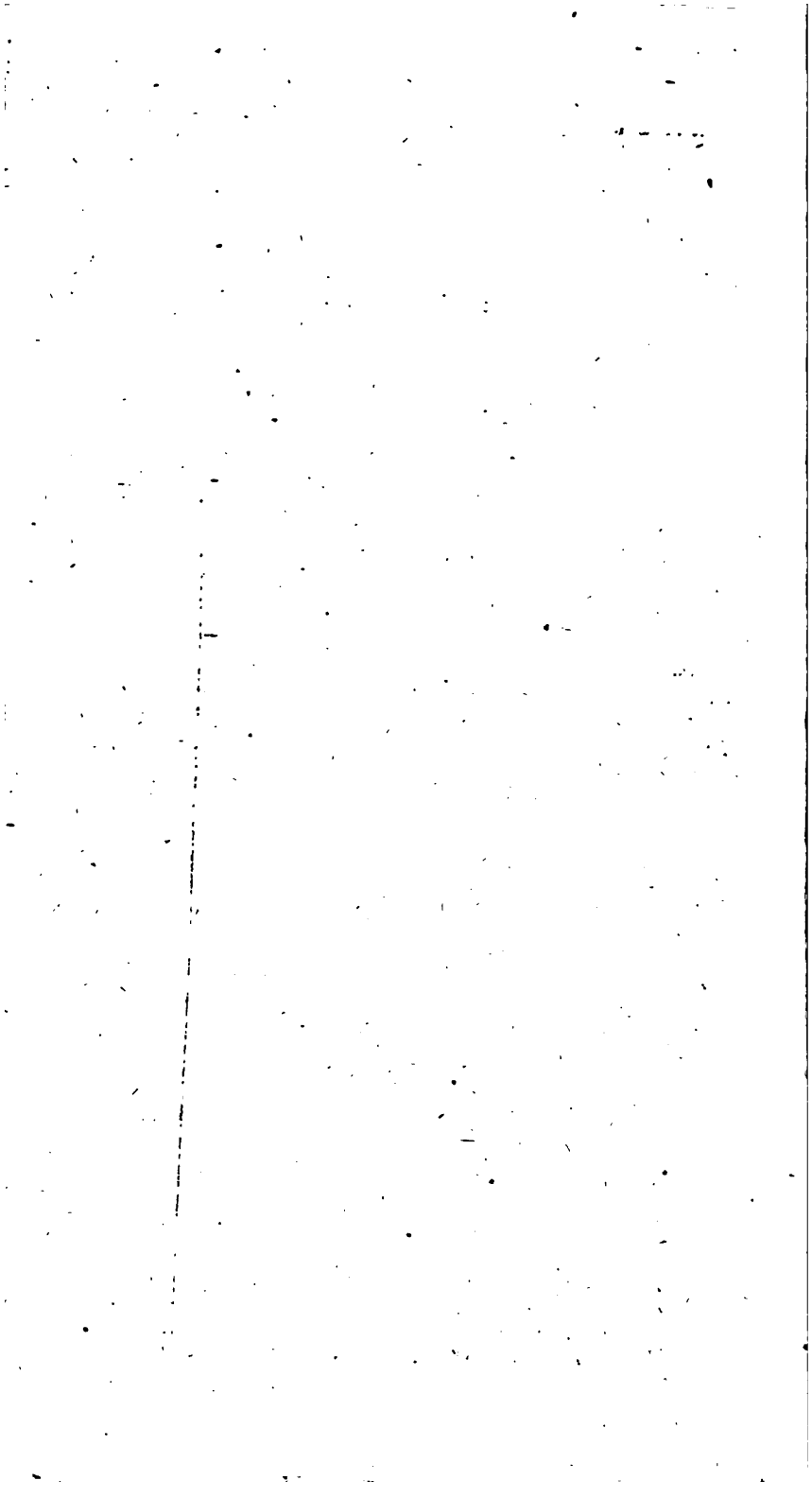
Die Expansivkraft der Wasserdämpfe hat von jeher die Aufmerksamkeit der Physiker weit mehr auf sich gezogen, als dieses von den Dämpfen anderer Fluida gilt; die Bestimmung der Menge des Wasserdampfes in der Atmosphäre, die Berechnung der Kraft desselben in den Maschinen nöthigten zu diesen Untersuchungen. Der Mathematiker, welcher das Gesetz für die Elasticität der Wasserdämpfe entwickelt, hat daher eine gröfsere Masse von Elementen, aus welchen er beliebig auswählen kann. Dazu kommt, dafs alle Experimentatoren destillirtes Wasser genommen hatten, bei welchem der Siedepunkt bei gleichem Drucke constant war, dafs man also auch das Mittel aus den Beobachtungen der verschiedenen Physiker nehmen darf.

Weit fühlbarer ist der Mangel guter Beobachtungen, wenn man die Expansivkraft anderer Dämpfe durch eine allgemeine Formel ausdrücken will. Während beim Wasser nur Beobachtungen über dem Siedepunkte sehr erwünscht wären,

Kubi

mperati

5,5	5	10	10,5	11	11,5	12
0,654	42	0,641	0,639	0,638	0,636	0,635
0,681	68	0,667	0,665	0,664	0,662	0,661
0,711	98	0,696	0,694	0,693	0,691	0,689
0,740	27	0,725	0,723	0,722	0,720	0,718
0,772	58	0,756	0,754	0,752	0,751	0,749
0,803	88	0,786	0,784	0,782	0,780	0,779
0,838	22	0,820	0,818	0,816	0,814	0,812
0,873	57	0,855	0,853	0,851	0,849	0,847
0,909	92	0,890	0,888	0,886	0,884	0,882
0,947	29	0,927	0,925	0,923	0,920	0,918
0,988	69	0,967	0,965	0,962	0,960	0,958
1,027	07	1,004	1,001	0,999	0,996	0,994
1,073	53	1,051	1,049	1,046	1,044	1,041
1,119	99	1,096	1,093	1,091	1,088	1,086
1,167	46	1,143	1,140	1,138	1,135	1,132
1,215	93	1,190	1,187	1,184	1,182	1,179
1,264	41	1,238	1,235	1,232	1,229	1,226
1,316	92	1,289	1,286	1,283	1,280	1,277
1,369	44	1,341	1,338	1,335	1,332	1,328
1,427	00	1,397	1,394	1,390	1,387	1,384
1,485	57	1,454	1,451	1,447	1,444	1,440
1,546	18	1,514	1,510	1,507	1,503	1,500
1,610	81	1,577	1,573	1,570	1,566	1,562
1,676	45	1,641	1,637	1,633	1,629	1,626
1,746	14	1,710	1,706	1,702	1,698	1,694
1,817	83	1,779	1,775	1,771	1,766	1,762
1,893	58	1,854	1,850	1,845	1,841	1,837
1,972	36	1,931	1,926	1,992	1,917	1,913
2,050	13	2,008	2,003	1,999	1,994	1,989
2,134	95	2,090	2,085	2,080	2,075	2,070
2,217	76	2,171	2,166	2,161	2,156	2,151
2,309	66	2,261	2,256	2,250	2,245	2,240
2,403	59	2,354	2,348	2,343	2,337	2,332
2,502	56	2,450	2,444	2,438	2,433	2,427
2,606	58	2,552	2,546	2,540	2,534	2,528
2,707	56	2,651	2,645	2,638	2,632	2,626
2,815	63	2,757	2,751	2,744	2,738	2,731
2,922	69	2,862	2,855	2,849	2,842	2,835
3,042	86	2,979	2,972	2,965	2,958	2,951
3,164	06	3,099	3,092	3,084	3,077	3,070
3,289	29	3,221	3,213	3,205	3,298	3,290
3,421	58	3,350	3,342	3,334	3,326	3,318
3,557	91	3,483	3,475	3,467	3,458	3,450
3,697	29	3,621	3,612	3,604	3,595	3,587
3,845	74	3,765	3,756	3,747	3,738	3,730
3,994	21	3,912	3,903	3,894	3,885	3,876



fehlt es hier sogar fast ganz an hinreichenden Beobachtungen unter dem Siedepunkte. Zwar haben mehrere Physiker die Elasticität der Dämpfe von Alkohol, Aether und einigen andern Flüssigkeiten untersucht, indessen theils scheinen die Versuche nicht hinreichend oft wiederholt, so dafs die Beobachtungsfehler noch etwas grofs sind, theils haben die verschiedenen Experimentatoren keine Fluida von gleicher chemischer Beschaffenheit genommen, wir dürfen daher hier nicht, wie beim Wasser, das Mittel aus verschiedenen Reihen nehmen.

Die ganze Untersuchung wäre beendet, wenn Dalton's Gesetz wahr wäre. Aus Versuchen, welche er mit Schwefeläther, Alkohol, liquidem Ammoniak, liquidem salzsauren Kalke und Wasser angestellt hatte, ergiebt sich folgendes allgemeine Gesetz: *Bei gleichem Temperaturunterschiede ist der Unterschied in der Expansivkraft der Dämpfe allen Flüssigkeiten gleich, insofern von Temperaturen an gerechnet wird, bei welchen beide Dampfarten dieselbe Expansivkraft haben.* Nimmt man so z. B., fährt Dalton fort, ein für allemal eine Expansivkraft von 30 engl. Zollen Quecksilberhöhe, (bei welcher jede Flüssigkeit in offener Luft an der Erde zu kochen beginnt,) zum Punkte, von welchem man ausgeht, und es verlieren, wie wir gefunden haben, *Wasserdämpfe* von dieser Expansivkraft durch eine Verminderung der Temperatur um 30° die Hälfte ihrer Kraft; so verlieren auch die Dämpfe jeder andern Flüssigkeit die Hälfte ihrer Kraft, wenn ihre Temperatur um 30° unter der, bei welcher sie kocht, vermindert wird; und

so bei allen andern Temperaturunterschieden. Wir können es daher entübrigt seyn, für die Kraft der Dämpfe anderer Flüssigkeiten besondere Tabellen zu geben, da hiernach eine und dieselbe Tafel für alle ausreicht (Gilbert's Annalen XV, 13.). Einige Versuche, welche er zur Prüfung des obigen Gesetzes mittheilt, bestätigen dasselbe hinreichend, denn die geringen Unterschiede, welche sich zeigen, mögen wohl zum Theil ihren Grund in den Beobachtungsfehlern haben.

Dieses Gesetz, welches auch Biot und Amédé Berthollet als der Natur entsprechend fanden (Traité de physique I, 282.), lenkte die Aufmerksamkeit der Physiker in hohem Grade auf sich; während mehrere es mit grofsem Beifalle aufnahmen, erhoben andere Zweifel dagegen. Parrot, so lebhaft er sich gegen die Versuche von Dalton erklärt, nennt diesen Satz *schön*, er glaubt ihn gern, weil er ohne die äufserste Genauigkeit in den Versuchen erwiesen werden kann (Gilbert's Annalen XVII, 93.). E. G. Fischer hielt zur Bestätigung desselben noch eine Wiederholung der Versuche für höchst nothwendig, ohne sich bestimmt über die Wahrheit des Gesetzes auszusprechen. (Darstellung der Lehre von der Verdunstung S. 84.)

Mayer war es, welcher das Gesetz Dalton's zuerst mit Bestimmtheit läugnete. (Commentatio de lege vis elasticae vaporum §. 24.) Er nahm eine gebogene Glasröhre, an welcher beide Schenkel verschlossen waren, jedoch so, dafs sich in dem einen Schenkel eine Luftblase befand, aus denen

Volumen man die Elasticität des Dampfes herleiten konnte. Der kürzere Schenkel dieses Apparates hatte eine Länge von etwa zwölf Zollen; in diesen wurde eine 11″ lange Quecksilbersäule gegossen, während der zwölfte Zoll von Schwefeläther ausgefüllt wurde. Sodann wurde die Oeffnung von einem Korkstöpsel verschlossen, welcher mit einem Kitte aus Kalk und Eiweifs befestigt wurde. Als dieser Kitt eingetrocknet war, so band er gefirnifste Leinwand darum, welche oben mit Bernsteinfirnifs bestrichen und dann gegen die Feuchtigkeit durch Glaserkitt geschützt wurde. Nachdem dieses alles erhärtet war, so gofs er in den längern Schenkel noch eine solche Quecksilbermenge, dafs er bis zu dem Punkte gefüllt war, wo die Scale anfing, deren Theile den innern Volumen entsprachen. Dann ward dieser Schenkel ebenfalls verschlossen und der Apparat in ein grofses Gefäfs mit Wasser gestellt, welchem verschiedene Temperaturen gegeben, die durch ein am kürzern Schenkel liegendes Thermometer beobachtet wurden.

Da der Aether, dessen sich Mayer bediente, bei derselben Temperatur siedete, bei welcher dieses der von Dalton angewendete that, so müfsten die Expansivkräfte in beiden Versuchsreihen stets gleich seyn; folgende Tafel zeigt indessen, dafs dieses nicht der Fall ist.

Temperatur	Expansivkraft des Aetherdampfes	
	Mayer	Dalton
13°,3 R.	12″,03 par.	11″, 9 par.
50	64, 97	58, 68
51,1	68, 00	60, 43
55	78, 72	68, 60
60	96, 35	79, 66
65	116, 00	91, 54
70	137, 21	103, 80
75	165, 00	116, 10
80	193, 25	128, 12

Die obige Tafel zeigt, dafs die von Mayer gefundenen Gröfsen bedeutender sind, als die, welche Dalton gegeben hatte; Mayer selbst findet die Ursache dieses Unterschiedes darin, dafs bei den Versuchen Dalton's keine hinreichende Menge von Aether vorhanden war, dafs also in höhern Temperaturen zum Theil die blofse Ausdehnung des Aetherdampfes wirksam war, ohne dafs sich noch neuer Dampf bilden konnte. Ob dieses der Grund sey, oder ob vielleicht einer der beiden Experimentatoren die Volumina der Röhre nicht genau bestimmt, oder ob endlich Dalton trockene Luft genommen hatte, während die von Mayer gewöhnliche atmosphärische war, bei welcher wegen des Niederschlages des Wasserdampfes die Compression etwas gröfser ist, als sie nach dem Mariottischen Gesetze seyn sollte, (vergl. Lambert Pyrometrie §. 36 fg.) dieses sind Punkte, welche sich nicht entscheiden lassen und welche auch zunächst meine Untersuchung weniger angehen; genug Mayer folgerte aus der obigen Tafel, dafs Dalton's Gesetz falsch sey; denn da

Dalton's Versuche dasselbe gaben, diese Versuche aber selbst fehlerhaft sind, so folgte hieraus zugleich die Unrichtigkeit desselben. Auf diese Mayersche Untersuchung gestützt, verwarfen daher mehrere Physiker, unter welchen ich nur Munche (physik. Abh. p. 261.) nennen will, jenes Gesetz Dalton's, während die Mehrzahl noch die Richtigkeit desselben anerkannte, und Biot setzt deshalb nach Erwähnung desselben hinzu: outre les petites erreurs qui peuvent rester encore sur l'évaluation des forces élastiques de la vapeur aqueuse elle-même, il faut si peu de chose pour faire varier les tensions, qu'on doit beaucoup se défier des premiers aperçus. (Traité de physique I, 282.)

Den Haupteinwurf gegen das Gesetz Dalton's folgt aus den Versuchen Ure's. Indem dieser Physiker mit dem oben erwähnten Apparate die Expansivkraft der Dämpfe von Wasser, Alkohol, Aether, Steinöl und Terpentinöl beobachtete, so fand er sehr bedeutende Abweichungen von jenem Gesetze, indem nur Wasser und Aether dasselbe einigermaßen bestätigten (Philos. Trans. for the year 1818 p. 361.). Berzelius sagt daher, daß wir über diesen Gegenstand neue Aufschlüsse erwarten müssen (Lehrbuch der Chemie v. F. Wöhler. 8. Dresden 1825. Bd. I. S. 381.). Es ist indessen sehr zu bedauern, daß Ure seine Versuche mit Bergöl und Terpentinöl nur über dem Siedepunkte dieser Fluida, keineswegs diejenigen unter demselben mittheilt, indem in höhern Temperaturen sehr leicht bedeutende Fehler begangen

werden können, zumal da jene Fluida erst in sehr hohen Temperaturen sieden.

Ich will daher nur Formeln für die Expansivkraft der Dämpfe vom Alkohol und Aether entwickeln und sodann die daraus sich ergebenden Folgerungen in Beziehung auf Dalton's Gesetz herleiten.

1. *Ueber die Expansivkraft des Alkoholdampfes.*

Bétancourt war, so viel mir bekannt ist, der erste, welcher Versuche über die Elasticität desselben anstellte. Er bediente sich dabei desselben Apparates, welchen er bei Untersuchung der Wasserdämpfe angewendet hatte. Bétancourt selbst folgerte aus seinen Beobachtungen, dafs sich bei derselben Temperatur die Expansivkraft des Alkoholdampfes zu der des Wasserdampfes verhalte wie 7:3; ein Gesetz, welches auch Dalton durch seine ersten Versuche bestätigt zu finden glaubte (Gilberts Annalen XV, 13.). Aus den von Bétancourt beobachteten Längen der Quecksilbersäule leitete Prony in seiner oben erwähnten Abhandlung (Journal de l'école polytechnique Cahier 2. p. 50.) eine Gleichung von folgender Gestalt her

$$z = \mu_{,} \varrho_{,}^{x} + \mu_{,,} \varrho_{,,}^{x} + \mu_{,,,} \varrho_{,,,}^{x} + \mu_{IV}$$

wo ϱ die Temperatur nach dem Reaümürschen Thermometer und z die zugehörige Expansivkraft in pariser Zollen bezeichnet, während $\mu_{,}$, $\mu_{,,}$, $\mu_{,,,}$, μ_{IV}, $\varrho_{,}$, $\varrho_{,,}$, $\varrho_{,,,}$ constante Gröfsen sind. Indem nun Prony die Beobachtungen Bétancourt's bei den Temperaturen von 0°, 15°, 30°, 40°, 60°, 75°

und

90° anwendete, so erhielt er folgende Werthe für die constanten Grösen:

$\varrho_{,} = 1{,}11424$; log. $\varrho_{,} = 0{,}04697771$
$\varrho_{,,} = 1{,}05714$; log. $\varrho_{,,} = 0{,}02413079$
$\varrho_{,,,} = 0{,}079943$; log. $\varrho_{,,,} = 0{,}9027776 - 1$
$\mu_{,} = -0{,}0021293$; log. $\mu_{,} = 0{,}3282330 - 3$
$\mu_{,,} = +0{,}9116186$; log. $\mu_{,,} = 0{,}9598132 - 1$
$\mu_{,,,} = +0{,}2097778$; log. $\mu_{,,,} = 0{,}3217595 - 1$
$\mu_{1v} = -1{,}1192671$;

Folgende Tafel enthält die von Bétancourt beobachteten und die von Prony berechneten Werthe von z von 4 zu 4 Graden des Reaumurschen Thermometers.

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied
	berechnet	beobachtet	
0° R.	0″,00	0″,00	− 0″,00
4	0, 09	0, 10	+ 0, 01
8	0, 32	0, 33	+ 0, 01
12	0, 62	0, 65	+ 0, 03
16	1, 02	1, 08	+ 0, 06
20	1, 52	1, 63	+ 0, 11
24	2, 10	2, 31	+ 0, 21
28	2, 95	3, 16	+ 0, 21
32	4, 00	4, 21	+ 0, 21
36	5, 28	5, 51	+ 0, 23
40	6, 90	7, 14	+ 0, 24
44	8, 92	9, 14	+ 0, 22
48	11, 50	11, 62	+ 0, 12
52	14, 60	14, 68	+ 0, 08
56	18, 85	18, 44	— 0, 41
60	23, 70	23, 04	— 0. 66
64	28, 90	28, 64	— 0, 26
68	35, 10	35, 42	+ 0, 32
72	43, 50	43, 54	+ 0, 04
76	52, 60	53, 14	+ 0, 54
80	63, 80	64, 35	+ 0, 55
84	76, 90	77, 08	+ 0, 18
88	90, 80	91, 04	+ 0, 24
90	98, 00	98, 28	+ 0, 28

Die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Gröfsen sind allerdings zum Theil etwas grofs, besonders zwischen den Temperaturen von 20° und 60° R.; indessen selbst wenn man die constanten Gröfsen in Prony's Formel schärfer bestimmen wollte, indem man die Methode der kleinsten Quadratsummen anwendete, so würde dennoch der Vortheil nicht sehr grofs seyn; da nämlich die Beobachtungen, besonders in niedern Temperaturen, sich zu sehr von der Wahrheit entfernen, so wird die entwickelte Formel der Natur wenig entsprechen.

Weit vorzüglicher sind die Beobachtungen von Schmidt, welche er später mit einem Apparate anstellte, welcher dem ganz ähnlich war, dessen er sich bei Untersuchung der Expansivkraft der Wasserdämpfe in niedern Temperaturen bediente. Er theilt diese Versuche in seinem Handbuche der Naturlehre p. 296. mit; da ich dieses indessen nicht besitze, so gebe ich die Beobachtungen nach Muncke (physik. Abhandl. p. 266.):

Temperatur	Expansivkraft	Temperatur	Expansivkraft
— 5° R.	0″,13	40° R.	7″,805
0	0, 35	45	10, 422
+10	0, 80	50	13, 855
15	1, 49	55	18, 040
20	2, 105	60	23, 427
25	3, 036	65	30, 030
30	4, 158	70	38, 261
35	5, 744		

Da hier die Temperatur bei dem Siedepunkte des Alkohols nicht angegeben ist, so will ich zu-

nächst die Expansivkraft bei einer Temperatur von 65° als constante Gröfse annehmen und dieselbe allgemein durch folgende Gleichung darstellen

$\log. F_n = \log. 30{,}030 + an + bn^2 + cn^3 + dn^4$

wo n dem Abstand der Temperatur, für welche die Expansivkraft gesucht wird, von 65° bezeichnet, während a, b, c und d, wie beim Wasserdampfe, constante Gröfsen sind. Wenn nun blofs diejenigen Beobachtungen angewendet werden, bei welchen die zugehörige Temperatur kleiner als 65° ist, so erhalten wir folgende dreizehn Gleichungen:

$0 = 2{,}3636119 + 70a + 70^2 b + 70^3 c + 70^4 d$
$0 = 1{,}9334873 + 65a + 65^2 b + 65^3 c + 65^4 d$
$0 = 1{,}5744653 + 55a + 55^2 b + 55^3 c + 55^4 d$
$0 = 1{,}3043690 + 50a + 50^2 b + 50^3 c + 50^4 d$
$0 = 1{,}1543032 + 45a + 45^2 b + 45^3 c + 45^4 d$
$0 = 0{,}9952535 + 40a + 40^2 b + 40^3 c + 40^4 d$
$0 = 0{,}8586708 + 35a + 35^2 b + 35^3 c + 35^4 d$
$0 = 0{,}7183409 + 30a + 30^2 b + 30^3 c + 30^4 d$
$0 = 0{,}5851824 + 25a + 25^2 b + 25^3 c + 25^4 d$
$0 = 0{,}4596042 + 20a + 20^2 b + 20^3 c + 20^4 d$
$0 = 0{,}3359488 + 15a + 15^2 b + 15^3 c + 15^4 d$
$0 = 0{,}2213188 + 10a + 10^2 b + 10^3 c + 10^4 d$
$0 = 0{,}1078386 + 5a + 5^2 b + 5^3 c + 5^4 d$

Wenn wir hier die Methode der kleinsten Quadratsummen anwenden, so ergeben sich die folgenden vier Gleichungen:

$0 = 617{,}9142975 + 21775a + 1162125b + 66844375c + 4034353125d$
$0 = 34052{,}60731 + 1162125a + 66844375b + 4034353125c + 251661109375d$
$0 = 2005982{,}353125 + 66844375a + 4034353125b + 251661109375c + 16072626328125d$
$0 = 123296949{,}89925 + 4034353125a + 251661109375b + 16072626328125c + 1044378902734375d$

Hieraus ergiebt sich

$$a = -0{,}0181818651$$
$$b = -0{,}0004053609$$
$$c = +0{,}0000100773$$
$$d = -0{,}0000001052296$$

Mithin ist die Function für die Expansivkraft der Alkoholdämpfe nach den Versuchen von Schmidt folgende:

$$\log. F_n = 1{,}4775553 - 0{,}0181818651\,(65-t) - 0{,}0004053609\,(65-t)^2 + 0{,}0000100773\,(65-t)^3 - 0{,}0000001052296\,(65-t)^4$$

Die folgende Tafel enthält eine Vergleichung zwischen den von Schmidt beobachteten und den von mir berechneten Werthen von F_n.

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied	
	beobachtet	berechnet	Paris. Zolle	Temperatur
— 5° R.	0″,130	0″,141	+ 0″,011	+ 0°,280
0	0, 350	0, 297	— 0, 053	— 1, 296
+ 5	.....	0, 550	.....	.....
10	0, 800	0, 923	+ 0, 123	+ 1, 390
15	1, 490	1, 435	— 0, 055	— 0, 421
20	2, 105	2, 162	+ 0, 057	+ 0, 369
25	3, 036	3, 001	— 0, 035	— 0, 170
30	4, 158	4, 157	— 0, 001	— 0, 004
35	5, 744	5, 677	— 0, 067	— 0, 156
40	7, 805	7, 692	— 0, 113	— 0, 260
45	10, 422	10, 365	— 0, 057	— 0, 094
50	13, 855	13, 877	+ 0, 022	+ 0, 029
55	18, 040	18, 375	+ 0, 335	+ 0, 350
60	23, 427	23, 862	+ 0, 435	+ 0, 363
65	30, 030	30, 030	0	0
70	38 251	36, 069	— 2, 182	— 1, 327

Schliefsen wir die Expansivkraft bei 70° bei der Vergleichung zwischen den beobachteten und berechneten Gröfsen aus, so ist

$$S = 4{,}360764;\quad N = 14;\quad \varepsilon'' = 0°{,}37643\ R.$$

Diese bedeutende Gröfse hat ihren Grund in den Beobachtungen bei 0° und 10°, wo die berechneten Werthe sich sehr von den beobachteten entfernen; in höhern Temperaturen ist die Uebereinstimmung zwischen beiden bei weitem besser.

Herr Prof. Muncke, sich auf die Principien stützend, welche Mayer für die Dichtigkeit des Wasserdampfes gegeben hatte, nimmt folgende Formel für die Expansivkraft des Alkoholdampfes an (physic. Abhandl. S. 336.):

$$\log. \varepsilon = B + \log. (213 + t) - \frac{C}{213+t}$$

Um die constanten Gröfsen in dieser Function zu bestimmen, so bedient er sich der beiden Beobachtungen

$$t = 10°; \quad t' = 65°$$
$$\varepsilon = 0'',8; \quad \varepsilon' = 30'',03$$

und darnach findet er

$$\log. \varepsilon = 5{,}0290695 + \log. (213+t) - \frac{1666{,}7}{213+t}.$$

Die Vergleichung der beobachteten Werthe von ε mit den von Muncke berechneten ist in folgender Tafel enthalten.

Temperatur	Expansivkraft: beobachtet	Expansivkraft: berechnet	Unterschied: Paris. Zolle	Unterschied: Temperatur
— 5° R.	0″,130	0″,2157	+ 0,0857	+ 1°,948
0	0, 350	0, 3406	— 0,0094	— 0, 302
+ 5		0, 5270		
10	0, 800	0, 8000	0	0
15	1, 490	1, 1929	— 0,2971	— 2, 277
20	2, 105	1, 4795	— 0,3555	— 2, 299
25	2, 036	2, 5200	— 0,5109	— 2, 484

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied	
	beobachtet	berechnet	Paris. Zolle	Temperatur
30° R.	4″,158	3″,5938	— 0,5642	— 2°,083
35	5, 744	5, 0431	— 0,7009	— 1, 919
40	7, 805	6, 9960	— 0,8090	— 1, 729
45	10, 422	9, 5578	— 0,8642	— 1, 428
50	13, 855	12, 9370	— 0,9180	— 1, 205
55	18, 040	17, 295	— 0,745	— 0, 778
60	23, 427	22, 989	— 0,438	— 0, 366
65	30, 030	30, 030	0	0
70	38, 251	39, 014	+ 0,763	

Wenn wir auch hier nur die Expansivkräfte von -5^0 bis $+65^0$ anwenden, um den wahrscheinlichen Beobachtungsfehler aufzusuchen, so ist

$$S = 35{,}667634;\ N = 14;\ \varepsilon'' = 1'',07655.$$

Dieser wahrscheinliche Fehler würde sehr verkleinert werden, wenn die constanten Gröfsen in der von Muncke angenommenen Formel nach der Methode der kleinsten Quadratsummen bestimmt würden; ich habe jedoch schon oben die Gründe erwähnt, aus welchen mir zu folgen scheint, dafs die von Mayer angenommene Function für die Dichtigkeit der Dämpfe

$$\delta = \alpha e^{-\frac{\gamma}{(1+At)^m}}$$

noch eines strengern Beweises bedürfe. Ich will mich hier nur damit begnügen, den Werth von m einer nähern Prüfung zu unterwerfen. Zu dem Behufe will ich $A = \frac{1}{213}$ setzen, wie dieses Mayer und Muncke angenommen haben und den Gröfsen M, N, p, q ihre obigen Bedeutungen lassen. Nehme ich nun folgende drei Beobachtungen

$t' = 19°$; $t'' = 25°$; $t''' = 65°$;

$\varepsilon' = 0'',8$; $\varepsilon'' = 5'',056$; $\varepsilon''' = 30'',050$ so ist

für $m = 1$; $\frac{\log M}{\log N} = 0,578$; $p = 0,550$; $\frac{\log M}{\log N} - p = -0,028$

$m = 2$; $\frac{\log M}{\log N} = 0,573$; $q = 0,568$; $\frac{\log M}{\log N} - q = -0,005$

Hier scheint es also, als ob die Hypothese $m = 2$ der Natur weit besser entspreche, als dieses der Fall ist, wenn wir $m = 1$ setzen; es bestätigt dieses also dasjenige, was ich oben über die Bestimmung dieser Gröfse gesagt habe. Hierin liegt dann auch zum grofsen Theile der Grund des beträchtlichen wahrscheinlichen Fehlers in der von Muncke für die Expansivkraft des Alkoholdampfes entwickelten Formel.

Da es also scheint, als ob die von mir entwickelte Function der Natur besser entspreche, als diejenige, welche nach den von Mayer gegebenen Grundsätzen entwickelt würde, so will ich dieselbe so umbilden, dafs die Temperaturen vom Siedepunkte des Alkohols aus gerechnet werden. Zu dem Behufe mufs zuvor untersucht werden, bei welcher Temperatur der von Schmidt angewendete Alkohol siedet, bei welcher also die Länge der mit dem Dampfe im Gleichgewichte stehenden Quecksilbersäule 28″ beträgt. Hier erhalten wir die Gleichung

$$1,4471580 = 1,4775553 - 0,018181865\,1\,n - 0,0004053609\,n^2 + 0,0000100773\,n^3 - 0,0000001052296\,n^4$$

Setzen wir hier zunächst $n = 3$ und wenden dann die bekannte Methode für die Auflösung der Gleichungen durch Annäherung an (Lacroix

Traité du calcul différentiel et du calcul intégral T. I. §. 114. p. 299), so ergiebt sich $n = 1{,}62$; mithin liegt der Siedepunkt des Alkohols nahe bei 63,°38.

Haben wir nun für eine Kurve einen Anfangspunkt der Koordinaten und bezeichnen wir die für einen bestimmten Punkt derselben mit n, y; verlegen dann den Anfangspunkt der Koordinaten nach einem andern Punkte, jedoch so, dafs die neuen Koordinaten n′, y′ mit den alten parallel bleiben, so ist bekanntlich $n = a + n'$; $y = b + y'$ wo a und b die Koordinaten des neuen Anfangspunktes sind. Hier ist $y = y'$, also $b = 0$; $a = 1{,}62 + (63{,}38 - t) = 1{,}62 + n'$; also erhalten wir folgenden Ausdruck für die Expansivkraft der Alkoholdämpfe:

$$\log F_{n'} = 1{,}4775553 - 0{,}01818186\,51\,(1{,}62 + n') - 0{,}0004053609\,(1{,}62 + n')^2 + 0{,}0000100773\,(1{,}62 + n')^3 - 0{,}0000001052296\,(1{,}62 + n')^4$$

Wenn wir hier die nöthigen Reductionen anstellen, dann Pariser Linien statt Zolle nehmen und für $n' = 63°{,}38 - t$ wieder n setzen, so ergiebt sich folgender Ausdruck:

$$\log F_n = 2{,}5262602 - 0{,}01941\,76784\,n - 0{,}0003580417\,n^2 + 0{,}000091554\,n^3 - 0{,}0000001052296\,n^4$$

Die constante Gröfse in diesem Ausdrucke ist nicht genau gleich dem Logarithmus von 336‴, sondern eigentlich ist sie log. 335‴,94; ich glaubte indessen den Unterschied 0‴,06 ganz übersehen zu dürfen, da er erst in der dritten oder wohl gar in der vierten Decimalstelle für die Temperatur des Siedespunktes einigen Einfluss zeigen würde.

Watt stellte bei seinen Untersuchungen über die Dampfmaschinen auch Beobachtungen an, um die Expansivkraft der Alkoholdämpfe zu prüfen. Der Apparat, dessen er sich hierbei bediente, war ganz derselbe, welchen er bei der Untersuchung der Wasserdämpfe angewendet hatte. Die gefundenen Gröfsen theilt er in Robison's Mechanical Philosophy Vol. II. p. 29 mit. Es sind dieselben in folgender Tafel enthalten, wo die Länge der Quecksilbersäule durch englische Zolle ausgedrückt ist.

Temperatur	Expansivkraft	Temperatur	Expansivkraft
34° F,	0″,22	144° F,	14″,400
40	0, 929	146,5	15, 030
67	1, 897	148,5	15, 974
84	2, 806	151	16, 908
95	3, 744	152,5	17, 850
103	4, 728	155	18, 800
110	5, 630	157	19, 780
114	6, 580	160	20, 710
120	7, 120	162,5	21, 650
124,5	8, 460	164	22, 590
128	9, 400	166	23, 530
132	10, 340	167	24, 740
135	11, 320	168	25, 400
139	12, 210	169	26, 340
141,5	13, 150	171	27, 300

Da indessen Watt selbst schon Fehler der Scale in seinen Versuchen über die Expansivkraft der Wasserdämpfe vermuthet hatte, so ist es sehr wahrscheinlich, dafs auch die obigen Gröfsen keineswegs so scharf sind, dafs wir es wagen dürften, daraus ein allgemeines Gesetz herzuleiten.

$$0 = 1{,}0879552 + 93a + 93^2b + 93^3c + 93^4d$$
$$0 = 1{,}0102537 + 88a + 88^2b + 88^3c + 88^4d$$
$$0 = 0{,}9456424 + 83a + 83^2b + 83^3c + 83^4d$$
$$0 = 0{,}8860567 + 78a + 78^2b + 78^3c + 78^4d$$
$$0 = 0{,}8239088 + 73a + 73^2b + 73^3c + 73^4d$$
$$0 = 0{,}7611180 + 68a + 68^2b + 68^3c + 68^4d$$
$$0 = 0{,}6989700 + 63a + 63^2b + 63^3c + 63^4d$$
$$0 = 0{,}6258630 + 58a + 58^2b + 58^3c + 58^4d$$
$$0 = 0{,}5686363 + 53a + 53^2b + 53^3c + 54^4d$$
$$0 = 0{,}5109796 + 48a + 48^2b + 48^3c + 48^4d$$
$$0 = 0{,}4518154 + 43a + 43^2b + 43^3c + 43^4d$$
$$0 = 0{,}3992545 + 38a + 38^2b + 38^3c + 38^4d$$
$$0 = 0{,}3341065 + 33a + 33^2b + 33^3c + 33^4d$$
$$0 = 0{,}2743606 + 28a + 28^2b + 28^3c + 28^4d$$
$$0 = 0{,}2218488 + 23a + 23^2b + 23^3c + 23^4d$$
$$0 = 0{,}1696253 + 18a + 18^2b + 18^3c + 18^4d$$
$$0 = 0{,}1230129 + 13a + 13^2b + 13^3c + 13^4d$$
$$0 = 0{,}0722876 + 8a + 8^2b + 8^3c + 8^4d$$
$$0 = 0{,}0253349 + 3a + 3^2b + 3^3c + 3^4d$$

Hieraus ergeben sich die vier folgenden Gleichungen:

$$0 = 2259{,}7427134 + 185679a + 19646685b + 2220256863c + 261687122137d$$
$$0 = 243235{,}3413306 + 19646685a + 2220256863b + 261687122137c + 31762112132439d$$
$$0 = 27809503{,}2806032 + 2220256863a + 261687122137b + 31762112132439c + 3939859258876845d$$
$$0 = 3305749346{,}329467 + 261687122137a + 31762112132439b + 3939859258876845c + 496999830033002423d$$

Werden diese Gleichungen aufgelöst, so ergeben sich folgende Werthe für die constanten Grösen:

$$a = -0{,}0089563048$$
$$b = -0{,}0000411614094$$
$$c = +0{,}0000002063910$$
$$d = -0{,}0000000009412038$$

Wenn wir also die Expansivkraft durch englische Zolle und die Temperatur durch das Fahrenheitsche Thermometer ausdrücken, so ist

$$\log. F_n = 1{,}4771213 - 0{,}0089563048\, n - 0{,}0000411614094\, n^2 + 0{,}0000000206391\, n^3 - 0{,}0000000009412038\, n^4$$

Die folgende Tafel enthält die Vergleichung zwischen den beobachteten und berechneten Werthen unter dem Siedepunkte des Alkohols.

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied	
	beobachtet	berechnet	Engl. Zolle	Temperatur
40° F.	0″,560	0″,562	+0″,002	+0°,080
45	0, 700	0, 687	—0, 013	—0, 433
50	0, 860	0, 835	—0, 025	—0, 833
55	1, 000	1, 010	+0, 010	+0, 270
60	1, 230	1, 214	—0, 016	—0, 327
65	1, 490	1, 452	—0, 038	—0, 717
70	1, 760	1, 729	—0, 031	—0, 508
75	2, 100	2, 050	—0, 050	—0, 725
80	2, 450	2, 421	—0, 029	—0, 349
85	2, 930	2, 848	—0, 082	—0, 863
90	3, 400	3, 339	—0, 061	—0, 629
95	3, 900	3, 902	+0, 002	+0, 018
100	4, 500	4, 545	+0, 045	+0, 346
105	5, 200	5, 279	+0, 079	+0, 527
110	6, 000	6, 114	+0, 114	+0, 606
115	7, 100	7, 060	—0, 040	—0, 199
120	8, 100	8, 131	+0, 031	+0, 144
125	9, 250	9, 337	+0, 087	+0, 348
130	10, 600	10, 693	+0, 093	+0, 325
135	12, 150	12, 210	+0, 060	+0, 182
140	13, 900	13, 901	+0, 001	+0, 003
145	15, 950	15, 777	—0, 173	—0, 422
150	18, 000	17, 848	—0, 152	—0, 349
155	20, 300	20, 122	—0, 178	—0, 387
160	22, 600	22, 603	+0, 003	+0, 006
165	25, 400	25, 289	—0, 111	—0, 195
170	28, 300	28, 176	—0, 124	—0, 216
173	30, 000	30, 000	0	0

Wenn wir hier die obige Formel zur Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers anwenden, so ergiebt sich

$S = 5{,}233850$; $N = 28$; $\varepsilon'' = 0°{,}29161\,F = 0°{,}1296\,R.$

Ich will die obige Formel nunmehr so umbilden, dafs die Expansivkräfte durch Pariser Linien, die Temperaturen aber durch das Reaumürsche Thermometer ausgedrückt werden. Da nun 30″ engl. = 337‴,77 par.; so ergiebt sich, wenn $n = \frac{2}{4}R$. gesetzt wird:

$$\log. F_n = 2{,}5286211 - 0{,}0201516858\,R - 0{,}0002083796351\,R^2 + 0{,}0000023510 25\,R^3 - 0{,}0000000249321726\,R^4$$

wo die Gröfse R. von 173° F. an gerechnet wird; da aber die Temperatur 212° F. = 80°,12 R., so ist die von 173° F. = 62°,761 R., mithin ist in der obigen Gleichung $R = 62°{,}761 - t$. Wenn wir nun die Gleichung so umbilden, dafs die Temperaturen von derjenigen aus gerechnet werden, zu welcher eine Expansivkraft von 336‴ gehört, so ist $R = 0°{,}113$, und es liegt mithin der Siedepunkt des von Ure angewendeten Alkohols bei der Temperatur von $62°{,}761 - 0{,}113 = 62°{,}648$ R. Setzen wir nun in die obige Gleichung $0{,}113 + n$ statt R, so ergiebt sich folgender Ausdruck für die Expansivkraft des Alkoholdampfes:

$$\log. F_n = 2{,}5263470 - 0{,}0201752027\,n - 0{,}0002081139698\,n^2 + 0{,}0000023482 08\,n^3 - 0{,}0000000249321726\,n^4.$$

Auch hier ist die constante Gröfse 2,526347 nicht ganz strenge gleich dem Logarithmus von 336, sondern von 336,006, indessen ist der Unter-

Wenn wir also die Expansivkraft durch englische Zolle und die Temperatur durch das Fahrenheitsche Thermometer ausdrücken, so ist

$$\log. F_n = 1{,}4771213 - 0{,}0089563048\,n - 0{,}00004116\,14094\,n^2 + 0{,}000000206391\,n^3 - 0{,}0000000009412038\,n^4$$

Die folgende Tafel enthält die Vergleichung zwischen den beobachteten und berechneten Werthen unter dem Siedepunkte des Alkohols.

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied	
	beobachtet	berechnet	Engl. Zolle	Temperatur
40° F.	0″,560	0″,562	+0″,002	+0°,080
45	0, 700	0, 687	—0, 013	—0, 433
50	0, 860	0, 835	—0, 025	—0, 833
55	1, 000	1, 010	+0, 010	+0, 270
60	1, 230	1, 214	—0, 016	—0, 327
65	1, 490	1, 452	—0, 038	—0, 717
70	1, 760	1, 729	—0, 031	—0, 508
75	2, 100	2, 050	—0, 050	—0, 725
80	2, 450	2, 421	—0, 029	—0, 349
85	2, 930	2, 848	—0, 082	—0, 863
90	3, 400	3, 339	—0, 061	—0, 629
95	3, 900	3, 902	+0, 002	+0, 018
100	4, 500	4, 545	+0, 045	+0, 346
105	5, 200	5, 279	+0, 079	+0, 527
110	6, 000	6, 114	+0, 114	+0, 606
115	7, 100	7, 060	—0, 040	—0, 190
120	8, 100	8, 131	+0, 031	+0, 144
125	9, 250	9, 337	+0, 087	+0, 348
130	10, 600	10, 693	+0, 093	+0, 325
135	12, 150	12, 210	+0, 060	+0, 182
140	13, 900	13, 901	+0, 001	+0, 003
145	15, 950	15, 777	—0, 173	—0, 422
150	18, 000	17, 848	—0, 152	—0, 349
155	20, 300	20, 122	—0, 178	—0, 387
160	22, 600	22, 603	+0, 003	+0, 006
165	25, 400	25, 289	—0, 111	—0, 195
170	28, 300	28, 176	—0, 124	—0, 216
173	30, 000	30, 000	0	0

Temperatur	Expansivkraft	Temperatur	Expansivkraft
34° F.	6″,20	140° F.	56″,9
44	8, 10	145	62, 1
54	10, 30	150	67, 6
64	13, 00	155	73, 6
74	16, 10	160	80, 3
84	20, 00	165	86, 4
94	24, 70	170	92, 8
104	30, 00	175	99, 1
Zweite Reihe.		180	108, 3
105	30, 00	185	116, 1
110	32, 54	190	124, 8
115	35, 90	195	133, 7
120	39, 47	200	142, 8
125	43, 24	205	151, 3
130	47, 14	210	166, 0
135	51, 90		

Zur Herleitung des Gesetzes habe ich nur die erste Reihe angewendet, indem ich die Elasticität bei 104° F. als constante Gröfse annahm und die Temperaturen von diesem Punkte aus nach dem Fahrenheit'schen Thermometer bestimmte. Dadurch erhalte ich die folgenden sieben Gleichungen:

$$0 = 0{,}6847296 + 70a + 70^2b + 70^3c + 70^4d$$
$$0 = 0{,}5686363 + 60a + 60^2b + 60^3c + 60^4d$$
$$0 = 0{,}4644841 + 50a + 50^2b + 50^3c + 50^4d$$
$$0 = 0{,}3631779 + 40a + 40^2b + 40^3c + 40^4d$$
$$0 = 0{,}2702954 + 30a + 30^2b + 30^3c + 30^4d$$
$$0 = 0{,}1760913 + 20a + 20^2b + 20^3c + 20^4d$$
$$0 = 0{,}0844243 + 10a + 10^2b + 10^3c + 10^4d$$

Nach Verrichtung der nöthigen Multiplicationen ergeben sich hieraus die folgenden vier Endgleichungen:

$$0 =$$

$0 = 132{,}865502 + 14000\,a + 784000\,b + 46760000\,c + 2900800000\,d$

$0 = 7501{,}42368 + 784000\,a + 46760000\,b + 2900800000\,c + 184820000000\,d$

$0 = 448462{,}0874 + 46760000\,a + 2900800000\,b + 184820000000\,c + 12003040000000\,d$

$0 = 27903440{,}622 + 2900800000\,a + 184820000000\,b + 12003040000000\,c + 790739600000000\,d.$

Wenn diese Gleichungen aufgelöst werden, so folgt aus denselben

$a = -0{,}00803210 59$

$b = -0{,}00005101 36$

$c = +0{,}00000092466$

$d = -0{,}00000000 7949$

Wird also $n = 104^\circ F - t^\circ F$ gesetzt, so ist

$\log. F_n = 1{,}4771213 - 0{,}00803210 59\,n - 0{,}00005101 36\,n^2 + 0{,}00000092466\,n^3 - 0{,}00000000 7949\,n^4$

Folgende Tafel enthält die Vergleichung zwischen den beobachteten und berechneten Längen der mit dem Dampfe im Gleichgewicht stehenden Quecksilbersäule.

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied	
	beobachtet	berechnet	Engl. Zolle	Temperatur
34° F.	6″,200	6″,183	—0″,017	—0°,089
44	8, 100	8, 096	—0, 004	—0, 016
54	10, 300	10, 325	+0, 025	+0, 051
64	13, 000	12, 973	—0, 027	—0, 047
74	16, 100	16, 172	+0, 072	+0, 103
84	20, 000	20, 054	+0, 054	+0, 063
94	24, 700	24, 691	—0, 009	—0, 009
104	30, 000	30, 000	0	0

Hier ist $S = 0{,}028365$; $N = 8$, also $\varepsilon'' = 0°040166\,F = 0°{,}1785\,R.$

Es ist also hier die Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und den berechneten Werthen sehr grofs. Es kommt nun darauf an, diese Formel so umzubilden, dafs die Quecksilbersäulen durch Pariser Linien, die Temperaturen aber durch Grade des Reaumürschen Thermometers ausgedrückt werden. Zunächst liegt der Siedepunkt nach Ure's Bestimmung bei 104° F. oder 32°,408 R.; wenn wir dagegen diejenige Temperatur aufsuchen, bei welcher die Länge der mit dem Dampfe im Gleichgewichte stehenden Quecksilbersäule gleich 336‴ ist, so erhalten wir 32°,282, und wenn von diesem Punkte aus die Temperaturen gerechnet werden, so ergiebt sich nach Anbringung aller Correctionen folgende Gleichung:

$$\log. F_n = 2{,}5263400 - 0{,}01813681\,71\,n - 0{,}00025427\,3\,n^2 + 0{,}00001050779\,n^3 - 0{,}000000208251\,n^4.$$

Muncke stellte über diesen Gegenstand zwei Reihen von Versuchen an. Bei der ersten bestimmte er die Elasticität des möglichst reinen Aetherdampfes in dem Torricellischen Vacuum; von derselben theilt er nur die bessern Versuche mit (phys. Abh. S. 287.), weil er glaubt, dafs auf diese Weise nur dann richtige Resultate erhalten werden können, wenn der Apparat längere Zeit einer constanten Temperatur ausgesetzt wird. In einer zweiten Reihe von Versuchen ward ein dem Schmidt'schen ähnliches Dampfbarometer angewendet; zwei Reihen von Beobachtungen mit diesem Apparate stimmen im Allgemeinen ziemlich gut überein, besonders in höhern Temperaturen,

scheinen indessen von den Resultaten der ersten Reihe sehr abzuweichen; die Längen der Quecksilbersäule sind in der ersten Reihe entweder zu klein, oder in der zweiten zu grofs; wo indessen der Fehler liege, läfst sich um so weniger entscheiden, da die zweite Reihe bei derselben Temperatur anfängt, bei welcher die erste aufhört. Ich will hier einige der Beobachtungen an dieser Gränze aufstellen.

Temperatur	Expansivkraft	
28°	24″,20	Erste Reihe
29	24, 90	– – – –
30	25, 90	– – – –
31	34, 85	Zweite Reihe
32	36, 00	– – – –
33	37, 18	– – – –

Dafs bei 31° ein Sprung in der Reihe für die Elasticitäten des Aetherdampfes sey, bedarf keines Beweises; ob er vielleicht in einer Luftblase, die sich im Aether befand, seinen Grund habe, wage ich nicht zu behaupten; vielleicht lag der Grund auch darin, dafs die Thermometer in beiden Fällen nicht genau die Temperatur des Aethers hatten. Wegen der Schwierigkeiten, die Expansivkräfte über die Temperatur des Siedepunktes hinaus zu bestimmen, habe ich jedoch zur Herleitung eines Gesetzes nur die Beobachtungen der ersten Reihe angewendet. Die hier gefundenen Gröfsen sind folgende:

Temperatur	Expansivkraft	Temperatur	Expansivkraft
3°	8″,00	15°	14″,60
4	8, 40	16	15, 03
5	8, 70	22	20, 40
6	9, 37	23	21, 00
7	9, 81	24	21, 85
8	10, 26	25	22, 20
9	10, 97	26	22, 90
10	11, 50	27	23, 85
11	12, 01	28	24, 20
12	12, 62	29	24, 90
13	13, 40	30	25, 90
14	14, 01		

Zur Herleitung des Gesetzes, durch welches diese Beobachtungen dargestellt werden können, ging ich von der Elasticität bei 30° aus und erhielt nun folgende Gleichungen:

$$0 = 0{,}5102098 + 27a + 729b + 19683c + 531441d$$
$$0 = 0{,}4890205 + 26a + 676b + 17576c + 456976d$$
$$0 = 0{,}4737805 + 25a + 625b + 15625c + 390625d$$
$$0 = 0{,}4415602 + 24a + 576b + 13824c + 331776d$$
$$0 = 0{,}4216308 + 23a + 529b + 12167c + 279841d$$
$$0 = 0{,}4021524 + 22a + 484b + 10648c + 234256d$$
$$0 = 0{,}3730932 + 21a + 441b + 9261c + 194481d$$
$$0 = 0{,}3526020 + 20a + 400b + 8000c + 160000d$$
$$0 = 0{,}3337568 + 19a + 361b + 6859c + 130321d$$
$$0 = 0{,}3122404 + 18a + 324b + 5832c + 104976d$$
$$0 = 0{,}2861950 + 17a + 289b + 4913c + 83521d$$
$$0 = 0{,}2668617 + 16a + 256b + 4096c + 65536d$$
$$0 = 0{,}2489469 + 15a + 225b + 3375c + 50625d$$
$$0 = 0{,}2363408 + 14a + 196b + 2744c + 38416d$$
$$0 = 0{,}1036696 + 8a + 64b + 512c + 4096d$$
$$0 = 0{,}0910805 + 7a + 49b + 343c + 2401d$$
$$0 = 0{,}0738474 + 6a + 36b + 216c + 1296d$$
$$0 = 0{,}0669468 + 5a + 25b + 125c + 625d$$
$$0 = 0{,}0534643 + 4a + 16b + 64c + 256d$$
$$0 = 0{,}0358114 + 3a + 9b + 27c + 81d$$
$$0 = 0{,}0294844 + 2a + 4b + 8c + 16d$$
$$0 = 0{,}0171905 + a + b + c + d$$

Aus diesen ergeben sich folgende vier Endgleichungen:

$$0 = 113{,}1460860 + 6315\,a + 135899\,b + 3061563\,c + 71025683\,d$$
$$0 = 2467{,}9915746 + 135899\,a + 3061563\,b + 71025683\,c + 1684101795\,d$$
$$0 = 56047{,}9744714 + 3061563\,a + 71025683\,b + 1684101795\,c + 40626858539\,d$$
$$0 = 1307533{,}4983862 + 71025683\,a + 1684101795\,b + 40626858539\,c + 993867136683\,d$$

Durch Auflösung derselben erhält man

$$a = -\ 0{,}0118960716$$
$$b = -\ 0{,}0001670625$$
$$c = -\ 0{,}00001490922$$
$$d = +\ 0{,}000000426982$$

Und es ist mithin folgende die Gleichung, welche die Versuche über die Expansivkraft des Aetherdampfes nach den Versuchen von Muncke darstellt:

$$\log F_n = 1{,}4132998 - 0{,}0118960716\,(30^\circ - n^\circ) - 0{,}0001670625\,(30^\circ - n^\circ)^2 - 0{,}00001490922\,(30^\circ - n^\circ)^3 + 0{,}000000426982\,(30^\circ - n^\circ)^4$$

Folgende Tafel enthält eine Zusammenstellung der beobachteten Werthe mit den berechneten:

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied	
	beobachtet	berechnet	Zolle	Temperatur
3°	8″,000	8″,078	+0″,078	+0°,195
4	8, 400	8, 459	+0, 059	+0, 169
5	8, 700	8, 874	+0, 174	+0, 359
6	9, 370	9, 325	−0, 045	−0, 081
7	9, 810	9, 810	0	0
8	10, 260	10, 328	+0, 068	+0, 117
9	10, 970	10, 880	−0, 090	−0, 141

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied	
	beobachtet	berechnet	Zolle	Temperatur
10	11″,500	11″,462	—0″,038	—0″,073
11	12, 010	12, 075	+0, 065	+0, 116
12	12, 620	12, 716	+0, 096	+0, 138
13	13, 400	13, 382	—0, 018	—0, 026
14	14, 010	14, 040	+0, 030	+0, 050
15	14, 600	14, 748	+0, 148	+0, 290
16	15, 030	15, 475	+0, 445	+0, 606
17	.....	16, 216	.....	.....
18	.....	16, 968	.....	.....
19	.....	17, 729	.....	.....
20	.....	18, 493	.....	.....
21	.....	19, 259	.....	.....
22	20, 400	20, 024	—0, 376	—0, 493
23	21, 000	20, 785	—0, 215	—0, 297
24	21, 850	21, 540	—0, 310	—0, 517
25	22, 200	22, 287	+0, 087	+0, 156
26	22, 900	23, 025	+0, 125	+0, 152
27	23, 850	23, 754	—0, 096	—0, 140
28	24, 200	24, 474	+0, 274	+0, 322
29	24, 900	25, 190	+0, 290	+0, 264
30	25, 900	25, 900	0	0

Hier ist $S = 1{,}566906$; $N = 23$; mithin $\varepsilon'' = 0°{,}17604$ R.

Wenn wir die obige Formel dergestalt umbilden wollen, dafs wir von einer Expansivkraft von 336‴ ausgehen, so ist in diesem Falle sehr nahe $n = -2°933$, und es liegt darnach der Siedepunkt des von Muncke angewendeten Aethers bei 82°,938 R. Darnach verwandelt sich die oben mitgetheilte Formel in folgende, in welcher die Expansivkraft durch Linien des pied de Roi ausgedrückt wird.

$$\log F_n = 2{,}5263429 - 0{,}0113439476\,(32°{,}933 - n°) - 0{,}0000138378\,(32°{,}933 - n°)^2 - 0{,}0000001991857 \times (32°{,}933 - n°)^3 + 0{,}000000426982\,(32°{,}938 - n°)^4$$

Dafs diese Formel nicht dazu dienen könne, die Beobachtungen der zweiten Reihe von Muncke in aller Schärfe darzustellen, ist klar, da beide Reihen zu sehr von einander abweichen, um einerlei Gesetz zu befolgen. Indessen hat Muncke sich bemüht, eine für beide Reihen passende Formel zu geben. Indem er sich nämlich auf die von Mayer gegebenen Principien stützt, nimmt er die beiden folgenden Beobachtungen

$$t' = 13°,3; \quad E' = 12'',03$$
$$t'' = 51° \; ; \quad E'' = 74'',00$$

und erhält aus derselben folgende Gleichung

$$\log. E = 3,7818278 + \log. (213+t) - \frac{1144,2}{215+t}.$$

Die folgende Tafel enthält die von Muncke beobachteten und berechneten Werthe von E, wobei ich nur bemerke, dafs die zweite Reihe bei der Temperatur von 31° anfängt.

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied
	beobachtet	berechnet	
3°	8'',00	6'',590	— 1'',410
4	8, 40	7, 002	— 1, 398
5	8, 70	7, 439	— 1, 261
6	9, 37	7, 897	— 1, 473
7	9, 81	8, 373	— 1, 437
8	10, 26	8, 861	— 1, 399
9	10, 97	9, 418	— 1, 552
10	11, 50	9, 978	— 1, 522
11	12, 01	10, 566	— 1, 444
12	12, 62	11, 182	— 1, 438
13	13, 40	11, 829	— 1, 571
14	14, 01	12, 509	— 1, 501
15	14, 60	13, 219	— 1, 381
16	15, 03	13, 965	— 2, 065
22	20, 40	19, 224	— 1, 176
23	21, 00	20, 245	— 0, 755

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied
	beobachtet	berechnet	
24°	21″,85	21″,311	— 0″,539
25	22, 20	22, 424	+ 0, 224
26	22, 90	23, 586	+ 0, 686
27	23, 85	24, 798	+ 0, 948
28	24, 20	26, 062	+ 1, 862
29	24, 90	27, 379	+ 2, 479
30	25, 90	28, 752	+ 2, 852
31	34, 85	30, 182	— 4, 768
32	36, 00	31, 672	— 4, 328
33	37, 18	33, 222	— 3, 958
34	38, 20	34, 835	— 3, 365
35	39, 45	36, 514	— 2, 936
36	40, 85	38, 259	— 2, 591
37	42, 85	40, 073	— 2, 777
38	44, 85	41, 960	— 2, 890
39	46, 60	43, 920	— 2, 680
40	48, 23	45, 952	— 2, 278
41	50, 35	48, 064	— 2, 286
42	52, 35	50, 257	— 2, 093
43	54, 35	52, 530	— 1, 820
44	56, 38	54, 893	— 1, 487
45	58, 48	57, 340	— 1, 140
46	60, 85	59, 877	— 0, 973
47	62, 85	62, 507	— 0, 343
48	65, 20	65, 231	+ 0, 031
49	67, 70	68, 053	+ 0, 283
50	70, 65	70, 915	+ 0, 265
51	74, 00	74, 000	0
52	76, 40	77, 132	+ 0, 732
53	79, 12	80, 372	+ 1, 252
54	82, 09	83, 722	+ 1, 722
55	84, 45	85, 203	+ 0, 753
56	88, 05	90, 770	+ 2, 720
57	92, 50	94, 474	+ 1, 974
58	96, 50	98, 300	+ 1, 800
59	100, 50	102, 24	+ 1, 74
60	104, 50	106, 33	+ 1, 83
61	107, 95	110, 55	+ 2, 60
62	112, 30	114, 90	+ 2, 60

Die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Längen der Quecksilbersäule scheinen hier ein regelmäſsiges, nicht allein von bloſsen Beobachtungsfehlern herrührendes Gesetz zu befolgen. So sind nämlich zwischen 3° und 24° negativ und zwar zwischen 3° und 16° sehr nahe constant, worauf sie schnell abnehmen. Sodann werden sie bei der ersten Reihe mit schnellem Wachsthume positiv. In der zweiten Reihe nehmen die Anfangs negativen Fehler schnell bis etwa 50° ab, worauf sie dann positiv werden. Zum Theil haben diese Differenzen ihren Grund darin, daſs beide sehr von einander abweichende Reihen von Versuchen durch eine Formel dargestellt werden sollen; zum Theil mag der Grund auch in den Principien liegen, auf welchen die obige Formel beruht. Nehmen wir nämlich die zwischen 13°,3 und 51° etwa in der Mitte liegende Beobachtung bei 32°, so ist

$$t'' = 13^\circ,3\ ;\quad t'' = 32^\circ\ ;\quad t''' = 51^\circ$$
$$E' = 12'',03;\ E'' = 36'',00;\ E''' = 74'',00.$$

Demnach ist, wenn die obigen Bezeichnungen beibehalten werden,

$$p = \frac{1 - \dfrac{1 + \frac{13,3}{213}}{1 + \frac{32}{213}}}{1 - \dfrac{1 + \frac{13,3}{213}}{1 + \frac{51}{213}}} = \frac{1 - \frac{226,3}{245}}{1 - \frac{226,3}{264}}\ 0 = \frac{0,07632}{0,14280} = 0,534$$

$$q = \frac{1 - \left(\dfrac{1 + \frac{13,3}{213}}{1 + \frac{32}{213}}\right)^2}{1 - \left(\dfrac{1 + \frac{13,3}{213}}{1 + \frac{51}{213}}\right)^2} = \frac{1 - \left(\frac{226,3}{245}\right)^2}{1 - \left(\frac{226,3}{264}\right)^2} = \frac{0,13678}{0,26521} = 0,516$$

$$M = \frac{86{,}00\left(1+\frac{15{,}3}{215}\right)}{12{,}05\left(1+\frac{52}{215}\right)} = \frac{38{,}248}{15{,}858} = 2{,}7639$$

$$N = \frac{74{,}00\left(1+\frac{15{,}3}{215}\right)}{12{,}05\left(1+\frac{51}{215}\right)} = \frac{78{,}621}{14{,}910} = 5{,}2730$$

Es ist mithin für $m = 1$

$\frac{\log M}{\log N} = 0{,}611$; $p = 0{,}534$; Unterschied $- 0{,}077$

für $m = 2$

$\frac{\log M}{\log N} = 0{,}611$; $q = 0{,}516$; Unterschied $- 0{,}095$.

Zwar ist hier der Werth $m = 1$ der Wahrheit näher, als wenn wir $m = 2$ setzen; indessen sind doch in beiden Fällen die Unterschiede so bedeutend, dafs ich nichts über den Vorzug von $m = 1$ oder $m = 2$ auszusprechen wage; ja fast möchte ich bezweifeln, ob überhaupt die von Mayer angegebene Formel für die Dichtigkeit des Dampfes diesen Versuchen nur annähernd entspreche.

Eine dritte Reihe von Versuchen über die Elasticität des Aetherdampfes ist die von Schmidt, welche ich jedoch nur aus den mehrfach erwähnten physikalischen Abhandlungen von Muncke kenne. Die Versuche, welche daselbst S. 350 mitgetheilt werden, sind folgende:

Temperatur	Expansivkraft	Temperatur	Expansivkraft
8°	8″,980	20°	16″,258
9	8, 505	21	17, 125
10	9, 782	22	17, 882
11	10, 453	23	18, 699
12	10, 502	24	19, 546
13	11, 463	25	20, 443
14	12, 425	26	21, 450
15	12, 635	27	22, 417
16	13, 340	28	23, 424
17	13, 947	29	24, 491
18	14, 704	30	25, 698
19	15, 361	31	26, 715

Wenn wir hier von der Länge der Quecksilbersäule bei 31° R. als von einer constanten Grösse ausgehen, so ergeben sich folgende Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
0 &= 0{,}4734789 + 23a + 529b + 12167c + 279841d\\
0 &= 0{,}4488031 + 22a + 484b + 10648c + 234256d\\
0 &= 0{,}4363275 + 21a + 441b + 9261c + 194481d\\
0 &= 0{,}4075142 + 20a + 400b + 8000c + 160000d\\
0 &= 0{,}4054832 + 19a + 361b + 6859c + 130321d\\
0 &= 0{,}3674569 + 18a + 324b + 5832c + 104976d\\
0 &= 0{,}3324588 + 17a + 289b + 4913c + 83521d\\
0 &= 0{,}3251800 + 16a + 256b + 4096c + 65536d\\
0 &= 0{,}3015994 + 15a + 225b + 3375c + 50625d\\
0 &= 0{,}2822744 + 14a + 196b + 2744c + 38416d\\
0 &= 0{,}2593197 + 13a + 169b + 2197c + 28561d\\
0 &= 0{,}2403357 + 12a + 144b + 1728c + 20736d\\
0 &= 0{,}2156881 + 11a + 122b + 1331c + 14641d\\
0 &= 0{,}1931246 + 10a + 100b + 1000c + 10000d\\
0 &= 0{,}1743391 + 9a + 81b + 729c + 6561d\\
0 &= 0{,}1549368 + 8a + 64b + 512c + 4096d\\
0 &= 0{,}1356973 + 7a + 49b + 343c + 2401d\\
0 &= 0{,}1162106 + 6a + 36b + 216c + 1296d\\
0 &= 0{,}0953279 + 5a + 25b + 125c + 625d\\
0 &= 0{,}0761777 + 4a + 16b + 64c + 256d\\
0 &= 0{,}0570941 + 3a + 9b + 27c + 81d\\
0 &= 0{,}0377487 + 2a + 4b + 8c + 16d\\
0 &= 0{,}0168559 + a + b + c + d
\end{aligned}
$$

Hieraus ergeben sich die folgenden vier Gleichungen:

$$0 = 87{,}7834381 + 4324a + 76176b + 1431244c + 28007376d$$
$$0 = 1554{,}0629375 + 76176a + 1431244b + 28007376c + 565637724d$$
$$0 = 29284{,}5491513 + 1431244a + 28007376b + 563637724c + 11577558576d$$
$$0 = 574118{,}6224035 + 28007376a + 563637724b + 11577558576c + 241550448844d$$

Die Auflösung dieser Gleichungen giebt

$$a = -0{,}0179453613$$
$$b = -0{,}00019893637$$
$$c = +0{,}00000288752$$
$$d = +0{,}000000029696$$

Und es ist mithin

$$\log. F_n = 1{,}4267552 - 0{,}0179453613\,(31-n) - 0{,}00019893637\,(31-n)^2 + 0{,}00000288752\,(31-n)^3 - 0{,}000000029696\,(31-n)^4.$$

Folgende Tafel enthält eine Vergleichung zwischen den beobachteten und berechneten Längen der Quecksilbersäule.

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied	
	beobachtet	berechnet	Zolle	Temperatur
8°	8″,980	8″,977	— 0″,003	—0°,009
9	9, 505	9, 421	— 0, 084	—0, 210
10	9, 782	9, 892	+ 0, 110	+0, 232
11	10, 453	10, 389	— 0, 064	—0, 178
12	10, 502	10, 914	+ 0, 412	+0, 820
13	11, 463	11, 468	+ 0, 005	+0, 010
14	12, 425	12, 052	— 0, 373	—0, 637
15	12, 635	12, 665	+ 0, 025	+0, 055
16	13, 340	13, 310	— 0, 030	—0, 046
17	13, 947	13, 985	+ 0, 038	+0, 056

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied	
	beobachtet	berechnet	Zolle	Temperatur
18°	14″,704	14″,692	— 0″,012	— 0°,017
19	15, 361	14, 431	+ 0, 070	+ 0, 090
20	16, 258	16, 202	— 0, 056	— 0, 063
21	17, 125	17, 006	— 0, 119	— 0, 147
22	17, 882	17, 842	— 0, 040	— 0, 051
23	18, 699	18, 710	+ 0, 011	+ 0, 013
24	19, 546	19, 609	+ 0, 063	+ 0, 072
25	20, 443	20, 539	+ 0, 096	+ 0, 101
26	21, 450	21, 500	+ 0, 050	+ 0, 051
27	22, 417	22, 490	+ 0, 073	+ 0, 074
28	23, 424	23, 507	+ 0, 983	+ 0, 040
29	24, 491	24, 553	+ 0, 062	+ 0, 054
30	25, 698	25, 622	— 0, 076	+ 0, 075
31	26, 715	26, 715	0	0

Hier ist $S = 1{,}290397$; $N = 24$, mithin $\varepsilon'' = 0°{,}15642$ R.

Der Siedepunkt des von Schmidt angewendeten Aethers liegt nach der obigen Formel nahe bei 82°,152; wenn wir mithin die Temperaturen von diesem Punkte aus rechnen und die Längen der Quecksilbersäule durch pariser Linien ausdrücken, so ist

$$\log. F_n = 2{,}5263410 - 0{,}0174756983\,(35°{,}152 - n) - 0{,}00020867919\,(32{,}152 - n)^2 + 0{,}00000275068 \times (32{,}152 - n)^3 - 0{,}000000029696\,(32{,}152 - n)^4.$$

Der constante Logarithmus in dieser Formel ist der von 336‴,0013; es hat dieser Unterschied von 0‴,0013 seinen Grund darin, dafs die letzte Decimalstelle in der Temperatur für den Siedepunkt des Aethers nicht ganz richtig ist.

3. *Ueber Dalton's allgemeines Gesetz für die Expansivkraft der Dämpfe.*

Aufser den Versuchen über die Expansivkraft der Wasser-, Alkohol- und Aetherdämpfe, theilt Ure in seiner mehrfach erwähnten Abhandlung noch Beobachtungen dieser Gröfse bei Terpentinöl und Steinöl mit; da indessen bei beiden die Elasticität gröfser ist als 30″ und die Beobachtungen in höhern Temperaturen sehr leicht Fehlern unterworfen sind, so möchten sich diese Versuche weniger dazu eignen, eine Gleichung daraus herzuleiten. Wenn wir daher Dalton's Behauptung prüfen wollen, so können wir nur die Untersuchungen mit Wasser, Alkohol und Aether anwenden. Wäre nun das von Dalton gefundene Gesetz wahr, so müfste eine jede von den oben gefundenen Gleichungen die Expansivkraft des Wasserdampfes genau darstellen. Das erste Mittel, welches ich hier anwendete, war, aus allen Formeln das Mittel zu nehmen, und vermittelst der auf diese Art gefundenen Gleichung die Expansivkraft des Wasserdampfes zu berechnen.

Haben wir nun für dieselbe unbekannte Gröfse x verschiedene mittlere Werthe mit den wahrscheinlichen Fehlern; ist nämlich

$$\begin{aligned} x &= m\ ,\quad \varepsilon'' = n \\ x &= m'\ ,\quad \varepsilon'' = n' \\ x &= m''\ ,\quad \varepsilon'' = n'' \\ x &= m'''\ ,\quad \varepsilon'' = n''' \\ &\text{— — — — —} \end{aligned}$$

so ist nach den Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung

$$x = \frac{\frac{m}{n^2} + \frac{m'}{n'^2} + \frac{m''}{n''^2} + \frac{m'''}{n'''^2} + \ldots}{\frac{1}{n^2} + \frac{1}{n'^2} + \frac{1}{n''^2} + \frac{1}{n'''^2} + \ldots}$$

$$\varepsilon'' = \left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{n'^2} + \frac{1}{n''^2} + \frac{1}{n'''^2} + \ldots\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Demnach ist das Gewicht meiner Formel für die Expansivkraft des Wasserdampfes $\frac{1}{(65)^2}$

Bei der Formel für die Expansivkraft des Alkoholdampfes nach den Versuchen von Schmidt $\frac{1}{(576)^2}$

Bei der Formel für die Expansivkraft des Alkoholdampfes nach den Versuchen von Ure $\frac{1}{(130)^2}$

Bei der Formel für die Expansivkraft des Aetherdampfes nach den Versuchen von Ure $\frac{1}{(18)^2}$

nach den Versuchen von Muncke $\frac{1}{(176)^2}$

nach den Versuchen von Schmidt $\frac{1}{(156)^2}$.

Demnach soll die Expansivkraft des Wasserdampfes dargestellt werden durch folgende Formel:

$$\log. F_n = 2{,}5263393 - 0{,}0182142041\,n - 0{,}0002377144\,87\,n^2 + 0{,}0000093864\,17\,n^3 - 0{,}0000001816\,63\,n^4.$$

Folgende Tafel enthält die nach dieser Formel berechneten Werthe von F_n, mit den beobachteten Expansivkräften des Wasserdampfes für dieselben Werthe von n.

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied
	beobachtet	berechnet	
0° R.	2‴,102	0‴,0005	— 2‴,1015
10	4, 623	0, 088	— 4, 535
20	10, 076	1, 782	— 8, 294
30	20, 347	18, 166	— 2, 181
40	39, 231	35, 736	— 3, 495
50	72, 801	74, 517	+ 1, 716
60	126, 338	120, 716	+ 3, 378
70	211, 203	212, 812	+ 0, 609
80	336, 000	336, 000	0

Diese Tafel zeigt sehr deutlich, dafs die nach der obigen Formel berechneten Werthe für

die Länge der Quecksilbersäule zu sehr von der Wahrheit abweichen, als dafs jene richtig seyn könne. Ein Gleiches gilt von den einzelnen Formeln, welche ich für die Elasticität der Dämpfe vom Alkohol und Aether entwickelt habe. Ich will einige der obigen Formeln dazu anwenden, um die Elasticität des Wasserdampfes zu berechnen und die berechneten Gröfsen dann mit den beobachteten vergleichen.

Die Formel, welche ich für die Expansivkraft der Alkoholdämpfe aus den Versuchen von Schmidt hergeleitet habe, giebt folgende Gröfsen für die Länge der Quecksilbersäule:

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied
	beobachtet	berechnet	
0°	2‴,102	0‴,115	1‴,987
10	4, 623	1, 063	3, 560
20	10, 076	3, 104	6, 972
30	20, 347	13, 246	7, 101
40	39, 231	31, 141	8, 090
50	72, 801	60, 748	12, 053
60	126, 338	112, 247	14, 091
70	211, 203	201, 586	9, 617
80	336, 000	336, 000	6, 000

Die berechneten Expansivkräfte des Alkoholdampfes sind also durchgängig kleiner als die Längen der Quecksilbersäule, welche beim Wasserdampfe in gleichem Abstande von dem Siedepunkte des Wassers beobachtet worden sind, und zwar werden diese Unterschiede desto gröfser, je gröfser jenes Temperaturintervall wird.

Nehmen wir die Formel, welche ich für die Expansivkraft des Alkoholdampfes aus den Versuchen von Ure hergeleitet habe, so ergeben sich folgende Gröfsen:

Tem-

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied
	beobachtet	berechnet	
0°	2‴,102	0‴,577	— 1‴,525
10	4, 623	2, 000	— 2, 623
20	10, 076	5, 633	— 4, 443
30	20, 347	13, 646	— 6, 701
40	39, 231	29, 703	— 9, 528
50	72, 801	59, 839	—12, 962
60	126, 338	113, 341	—12, 997
70	211, 203	202, 244	— 8, 959
80	336, 000	336, 000	— 0, 000

Die Formel, welche ich für die Expansivkräfte des Aetherdampfes aus den Versuchen Ure's hergeleitet habe, giebt folgende Gröfsen:

Temperatur	Expansivkraft		Unterschied
	beobachtet	berechnet	
0°	2‴,102	0‴,0003	— 2‴,1017
10	4, 623	0, 041	— 4, 582
20	10, 076	1, 240	— 8, 836
30	20, 347	9, 902	—10, 445
40	39, 231	34, 151	— 5, 080
50	72, 801	73, 878	+ 1, 077
60	126, 338	129, 609	+ 3, 271
70	211, 203	212, 799	+ 1, 596
80	336, 000	336, 000	0, 000

Die obigen Tafeln zeigen alle, dafs die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Werthen gröfser sind, als dafs wir sie blofsen Beobachtungsfehlern zuschreiben dürften. Dasselbe wird auch durch die Expansivkraft des Aetherdampfes nach den Versuchen von Schmidt und Ure bestätigt. Ein Gleiches gilt, wenn wir die Expansivkräfte des Alkohols und Aethers in gleichem Temperatur-Abstande vom Siedepunkte bei-

der Fluida mit einander vergleichen. Die folgende Tafel enthält die Elasticitäten des Alkohol- und Aetherdampfes nach den Versuchen von Ure; statt der unmittelbar beobachteten Gröfsen habe ich jedoch die nach den obigen Formeln berechneten genommen. Die erste mit n bezeichnete Verticalspalte giebt den Abstand der Temperatur von dem Siedepunkte an.

n	Alkohol	Aether	Unterschied
0°	336‴,000	336‴,000	‴
10	202, 244	212, 799	+ 10,555
20	113, 341	129, 609	+ 16,268
30	59, 839	73, 878	+ 14,039
40	29, 793	34, 151	+ 4,448
50	13, 646	9, 902	— ,744
60	5, 633	1, 240	— 4,393
70	2, 000	0, 041	— 1,959
80	0, 577	0, 0003	— 0,5767

Die obigen Tafeln zeigen hinreichend, dafs das von Dalton aufgestellte Gesetz keinesweges durch dieselben bewiesen wird, und dafs die Versuche über die Expansivkraft der Dämpfe noch grofsen Fehlern unterworfen seyn müfsten, wenn dasselbe der Natur entsprechen soll.

Halle, gedruckt in der Gebauerschen Buchdruckerei.

Dec 18

To be

FEB 2 5 1938